

Mat 151/ Mat 113 Analiz  
Arasınnav Soruları  
Kasım 2007  
Ali Nesin

1.  $D$ , diziler kümesi olsun.  $D$  üzerine aşağıdaki ilişkiyi tanımlayalım:

$$(x_n)_n \equiv (y_n)_n \Leftrightarrow (x_n - y_n)_n \text{ bir Cauchy dizisidir.}$$

$\equiv$  ilişkisi  $D$  üzerinde bir denklik ilişkisidir.(15 puan)

2.  $(x_n)_n$  bir dizi olsun.  $(|x_0| + |x_1| + \dots + |x_n|)_n$  dizisinin yakınsak olduğunu varsayalım.  $(x_0 + x_1 + \dots + x_n)_n$  dizisinin Cauchy dizisi olduğunu gösterin. (15 puan)

3.  $r > 1$  ise  $\lim_{n \rightarrow \infty} 1/r^n = 0$  olduğunu gösterin. (15 puan)

4. Eğer  $(x_n)_n$  dizisi negatif değerler almayan sınırlı bir dizi ve  $r > 1$  ise ,

$$(x_0 + x_1 r^{-1} + \dots + x_n r^{-n})_n$$

dizisi Cauchy dizisidir, gösterin.(15 puan)

5. Bir  $(x_n)_n$  dizisi alalım. Eğer  $(x_0 + x_1 + \dots + x_n)_n$  dizisi yakınsak ise  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$  olduğunu gösterin.(15 puan)

6.  $(x_n)_n$  dizisi tüm  $n$ 'ler ve bir  $0 < r < 1$  için

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq r |x_n - x_{n+1}|$$

eşitsizliğini sağlayan bir dizi olsun.  $(x_n)_n$  dizisinin bir Cauchy dizisi olduğunu gösterin.(25 puan)