

Analiz II (Math 152)
Eylül 2004
Ali Nesin

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - 2n + n^2}{4 + 3n - 2n^2}$ ve $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6}$ nedir? Tanımları kullanarak bulduğunuz cevapları kanıtlayınız.
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ olsun. $z_{2n} = x_n$ ve $z_{2n+1} = y_n$ olsun. Limit tanımlarını kullanarak $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = x$ olduğunu gösteriniz.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ ve $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y \neq 0$ olsun. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = x y$ eşitliği doğru mudur? Doğru olduğunu ya da olmadığını kanıtlayınız.
4. Varsayalım ki $(a_n)_n$ dizisi 0'a yakınsayan bir dizi olsun. $(b_n)_n$ dizisi sınırlı bir dizi ise $(a_n b_n)_n$ dizisinin 0'a yakınsadığını gösteriniz. Bu ifadenin tersi sağlanır mı?
5. $\alpha \in \mathbb{R}$ olsun. Doğal sayılardan oluşan bir $(a_n)_n$ dizisi var mıdır ki $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = \alpha$ olsun?
6. Herhangi bir $(a_n)_n$ dizisi için aşağıdakilerin doğru olduğunu ya da olmadığını kanıtlayınız.
 - 6a) Eğer $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ yakınsıyorsa $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.
 - 6b) Eğer $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ yakınsar.
 - 6c) Eğer $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 = 0$ ise $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ yakınsar.
 - 6d) Eğer $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ yakınsıyorsa, then $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ yakınsar.
7. Aşağıdaki serilerin yakınsaklığını inceleyiniz.
 - 7a) $S_r(x) = \sum_{n=0}^{\infty} n^r x^n$ bir reel sayı r ve $x \geq 0$ için.
 - 7b) $S_k(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{n} x^n$ bir doğal sayı k ve $x \neq 1$ için.
 - 7c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$ $x \geq 0$ için.
 - 7d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}$.
8. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ varsa f 'nin sürekli olduğunu gösteriniz.
9. x ve y 'nin ikisi de 0/sonsuz'a giderken $\frac{xy}{x^2 + y^2}$ 'nin yakınsaklığını inceleyiniz.