

Ordinaller Üzerine Sınav  
Mart 7, 2010

Yunan harfleri Ordinalleri temsil etmektedir.

1. Eğer  $\alpha < \beta$  ordinalerse, o zaman  $\omega^\alpha + \omega^\beta = \omega^\beta$  olduğunu gösterin. Bundan yola çıkarak eğer  $\omega^\beta \leq \gamma$  ise o zaman  $\omega^\alpha + \gamma = \gamma$  olduğunu gösterin.
2.  $2^\omega = \omega$  eşitliğini gösterin.
3. Eğer  $1 < \alpha$  ve  $\beta < \gamma$  ise o zaman  $\alpha^\beta < \alpha^\gamma$ .
4.  $\alpha^{\beta+\gamma} = \alpha^\beta \alpha^\gamma$  olduğunu gösterin.
5.  $\lambda$  bir ordinal olsun. Eğer her  $\alpha \in \gamma$  için öyle bir  $\beta \in B$  var ki  $\alpha \leq \beta$  özelliğini sağlayan  $\lambda$  nın  $B$  altkümesine  $\lambda$  da **kofinal** denir. Eğer  $B$   $\lambda$  da kofinalse o zaman  $\{\alpha^\beta : \beta \in B\}$  in  $\alpha^\lambda$  da kofinal olduğunu ve  $\alpha^\lambda = \cup_{\beta \in B} \alpha^\beta$  eşitliğini gösterin.
6. Aşağıdaki ordinaleri sadeleştirilmiş şekilde yazın. İfadelerinizi kanıtlayın.  
 $(\omega+1)^2$ ,  
 $(\omega+1)^3$ ,  
 $(\omega+1)^4$ ,  
 $(\omega+1)^\omega$ ,  
 $(\omega+1)^{\omega+1}$ ,  
 $(\omega+1)^{\omega^2}$ ,  
 $(\omega^2 + \omega + 1)^\omega$ .