

Kümeler Kuramı Sınavı

Math 111

31 Ekim 1997

Ali Nesin

I. X bir küme olsun. X in iki elemanlı altkümelerinden oluşan bir kümenin varlığını gösterin.

II. X bir küme ve $S \subseteq \wp(X)$ olsun. ($\wp(X)$, X 'in altkümelerinin kümesidir.) Elemanları S 'nin iki farklı elemanlarının kesişimi olan bir kümenin varlığını gösterin.

III. X bir küme olsun. $\wp(X)$ 'in aşağıdaki koşulları sağlayan T altkümesine (X üzerine) **topoloji** denir.

- a) $\emptyset \in T, X \in T$,
- b) Eğer $U, V \in T$ ise, o zaman $U \cap V \in T$,
- c) Eğer $S \subseteq T$ ise, o zaman $\cup S \in T$.

- 1) $\{\emptyset, X\}$ kümesinin X üzerine bir topoloji olduğunu gösterin.
- 2) $\wp(X)$ 'in X üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
- 3) A, X 'in bir altkümesi olsun. $\{\emptyset, A, X\}$ kümesinin X üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
- 4) A ve B, X 'in iki altkümesi olsun. A ve B 'yi içeren X üzerinde sonlu bir topoloji bulun.
- 5) Eğer S ve T, X üzerinde birer topolojiyse o zaman $S \cap T$ 'nin X üzerinde bir topoloji olduğunu kanıtlayın.
- 6) Eğer Σ, X üzerine topolojilerden oluşmuş bir kümeysen o zaman $\cap \Sigma$ kümesinin de X üzerine bir topoloji olduğunu kanıtlayın.
- 7) Eğer $S \subseteq \wp(X)$ ise, o zaman S 'yi içeren bütün topolojilerin kesişimi olan $T(S)$ 'nin de bir topoloji olduğunu kanıtlayın.