

# İçindekiler

Önsöz.....i

## Birinci Kısım: Biraz Kümeler Kuramı ve Doğal Sayılar

Hafta 1:	0A. Gerçek Nedir Ne Değildir? .....	3
	0B. Doğal Sayılar Ne Kadar Doğaldır? .....	9
	1A. Doğal Sayılardan Ne İstiyoruz? .....	15
	1B. Doğal Sayılar Ne Olmalı? .....	19
	1C. Biraz Kümeler Kuramı ve Birkaç Doğal Sayı .....	25
	1D. Giuseppe Peano (1858 - 1932) .....	39
	1E*. Temellendirme Aksiyomu .....	41
Hafta 2:	1. Kümeler Kuramının Birkaç Aksiyomu ve Temel Tanımlar..	49
	1.1. Basit Aksiyomlar .....	51
	1.2. İki Kümenin Kartezyen çarpımı .....	61
	1.3. İkili İlişki ve Sıralama .....	65
	1.4. Fonksiyonlar .....	66
	1.5. Küme Ailesi ve Dizi .....	70
	1.6. Kartezyen Çarpım, Bir Daha .....	71
Hafta 3:	2. Doğal Sayılar Yapısı .....	73
	2A. Kümeler Kuramının Kullandığımız Aksiyomları .....	81
	2B. Ernst Zermelo (1871 - 1953) .....	83
Hafta 4-5:	3. Doğal Sayılarda Toplama, Çarpma ve Sıralama ...	87
	3.1. Toplama .....	88
	3.2. Toplamının Özellikleri .....	95
	3.3. Çarpma .....	98
	3.4. Çarpmanın Özellikleri.....	100
	3.5. Sıralama .....	102
	3.6. İyisıralama .....	105
	3.7. Tümevarımla Kanıt .....	106
Hafta 6:	3A*. Tümevarım Teoremi .....	111
	3B*. Doğal Sayıların Biricikliği.....	119
Hafta 7:	4*. Peano Aritmetiği.....	123
	4.1. Hazırlık.....	123
	4.2. Peano Aritmetiği .....	129
	4.3. Üs Alma ve Diğer Fonksiyonlar .....	132
	4A*. Formül Nedir? .....	135

## İkinci Kısım: Tamsayılar Halkası ve Kesirli Sayılar Cismi

Hafta 8-9:	5A. Sayıları Yaratmak .....	141
	5. Tamsayılar .....	149
	5.1. Tamsayılar Kümesine Doğru .....	149
	5.2. Küme Olarak $\mathbb{Z}$ .....	155
	5.3. Toplama .....	156
	5.4. Toplamanın Özellikleri .....	159
	5.5. Çarpma .....	162
	5.6. Çarpmanın Özellikleri .....	167
	5.7. Toplamayla Çarpmayı Harmanlayan Özellik .....	169
	5.8. Buraya Kadar Özet .....	169
	5.9. Sıralama .....	170
	5.10. Sıralamanın Özellikleri .....	172
	5.11. Sıralamayla İşlemlerin İlişkisi .....	174
	5.12. Özetle .....	175
	5.13. $\mathbb{N}$ 'yi $\mathbb{Z}$ 'ye Gömmek .....	176
	5.14. $\mathbb{N}$ 'yi $\mathbb{Z}$ 'nin İçinde Bulmak .....	181
	5.15. Kesip Yapıştırma ya da Özdeşleştirme .....	182
	5.16. Nihayet Yılların $\mathbb{Z}$ 'si .....	186
	5.17. $\mathbb{Z}$ 'yi Belirleyen Özellik .....	187
Hafta 10:	6. Kesirli Sayılar Kümesi $\mathbb{Q}$ .....	189
	6.1. Kesirli Sayılar Kümesi .....	190
	6.2. Toplama ve Çıkarma .....	194
	6.3. Çarpma ve Bölme .....	196
	6.4. Sıralama .....	199
	6.5. Gömme .....	201

## Üçüncü Kısım: Kesirli Sayılardan Gerçel Sayılara Doğru

Hafta 11:	6A. Halkalar ve Cisimler .....	207
	6A.1. Toplamanın Özellikleri .....	209
	6A.2. Çarpmanın Özellikleri .....	211
	6A.3. Toplamayla Çarpmayı Harmanlayan Özellikler .....	213
	6A.4. Halkanın Tanımı .....	214
	6A.5. Bazı İncelikler .....	214
	6A.6. Tamlık Bölgeleri ve Cisimler .....	217
	6A.7. Kartezyen Çarpım ve Althalka .....	218
	6A.8. Sıralı Halkalar ve Cisimler .....	222

Hafta 12:	6B. Onluk Tabanda Kesirli Sayılar (1).....	231
	7A. Sayıları Yaratmaya Devam Ediyoruz .....	239
	7B. $\sqrt{2}$ 'ye Yakınsamak İsteyen Bir Dizi .....	245
	7C. Kesirli Sayılar Kümesinin Kusurları .....	251
	7D. Gerçel Sayıları Belirleyen Özellikler .....	257
Hafta 13:	7. Kesirli Sayı Dizileri .....	259
	7.1. Kesirli Sayı Dizileri .....	259
	7.2. Dizilerle İşlemler .....	261
	7.3. Sınırlı Dizileri.....	263
	7.4. Sabit ve Zamanla Sabitleşen Diziler .....	265
Hafta 14:	8. Yakınsak Diziler .....	267
	8.1. Yakınsaklık .....	267
	8.2. Tanımın Tartışması.....	270
	8.3. Limitin Biricikliği .....	272
	8.4. Örnekler .....	273
Hafta 15:	9. Yakınsak Dizilerle Dört İşlem ve Sıralama .....	279
	9.1. Toplama .....	279
	9.2. Çıkarma .....	282
	9.3. Çarpma .....	282
	9.4. Mutlak Değer.....	286
	9.5. Yakınsak Diziler ve Sıralama .....	288
	9.6. Sıfıra Yakınsayan Diziler .....	289
	9.7. Bölme.....	290
	9.8. Sıralama .....	293
Hafta 16:	10. Yakınsaklık/İraksaklık Örnekleri.....	295
	10A. Yakınsaklık Alıştırmaları.....	301
Hafta 17:	11. Kesirli Temel Diziler .....	305
	12. Altdiziler.....	317
	12A. Onluk Tabanda Kesirli Sayılar (2).....	323

#### Dördüncü Kısım: Gerçel Sayılar Yapısı

Hafta 18:	13. Gerçel Sayılar Kümesi.....	333
Hafta 19:	14. Gerçel Sayılarda Dört İşlem .....	339
Hafta 20:	15. Gerçel Sayılarda Sıralama .....	351
	15.1. Cebirsel Tanım Tartışması .....	351
	15.2. Analitik Tanım Tartışması .....	353
	15.3. Matematiksel Tanım .....	354
	15.4. $<$ İlişkisi Bir Tamsıralamadır .....	356
	15.5. Gerçel Sayılarda Tek Bir Sıralama Vardır .....	361

Hafta 21:	16. $\mathbb{Q}$ 'ü $\mathbb{R}$ 'ye Gömmek .....	365
	17. $\mathbb{R}$ 'nin Tamlığı ve $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ .....	371
Hafta 22:	18. Sınırlı ve Artan Diziler .....	379
	18A. İki Yakınsak Gerçel Dizi Örneği .....	383
	19. En Küçük Üstsınır .....	387
Hafta 23:	19A. Gerçel Sayıların Üsleri .....	393
Hafta 24:	19B. Yakınsak Gerçel Dizi Örnekleri .....	401
	19C. Yakınsak Gerçel Dizi Alıştırmaları .....	405
Hafta 25:	20*. Sıralı Halkalarda Yakınsaklık ve Tamlık .....	409
Hafta 26:	21. $\mathbb{R}$ 'nin Biricikliği .....	419
	22. Dedekind Kesitleri .....	427

#### Beşinci Kısım: Ekler

Hafta 27:	Ek 1. Bölüm Cisimleri ve Yerelleştirme .....	439
	Ek 2. Ore Bölgeleri ve Halkaları .....	453
Hafta 28:	Ek 3. Sonsuz Küçük Eleman .....	461
	Kaynakça ve Harici Kaynaklar .....	469