

Önsöz

Bu ders notları, 1995'ten beri İstanbul Bilgi Üniversitesi'nde birinci sınıf matematik öğrencilerine verdiğim derslerden ortaya çıktı ve matematiği derinliği ve felsefesiyle öğrenmek isteyen, çalışmaktan kaçınmayan öğrenciler için tasarlandı.

Tercihan iki dönemlik olması gereken, ama analiz bilen öğrencilere bir dönemde de verilebilecek olan bu ders notlarının iki ana amacı var: 1) Matematiğe yeni başlayan öğrenciye soyut matematik zevkini tattırmak ve profesyonel matematikçinin yöntemlerini ve düşünme biçimini göstermek, 2) Kümeler kuramının en basit aksiyomlarından yola çıkarak matematiğin temeli olarak addedebileceğimiz doğal sayıları, tamsayıları, kesirli sayıları, gerçel sayıları ve karmaşık sayıları inşa etmek.

Bu ders notlarında kümeler kuramından (boşkümeden!) yola çıkarak, \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} ve \mathbb{C} sayı sistemlerini matematiksel olarak inşa edeceğiz. İlk üç sayı sistemini inşa etmek için başvuru olan yollar büyük ölçüde cebirsel olarak nitelendirebileceğimiz yollardır. Ama gerçel sayıları inşa etmek için, cebir yetmez, analiz de gerekir. Dolayısıyla bu ders notları öğrenciyi soyut cebire ve analize (ama özellikle analize) hazırlamaktadır.

Bu ders notlarını okumak isteyenlerin önce sezgisel kümeler kuramını özümsemiş olması gerekir, bu da [SKK]'da fazlasıyla vardır. Belki benim yeteneksizliğim, belki de konunun özünden

dolayı, ne yazık ki [SKK] çok heyecanlı bir kitap olmadı, başından sonuna kadar okunması zor olabilir. Bu yüzden okurun bu ders notlarından başlayıp sadece gerektiğinde [SKK]'ya başvurması daha doğru olabilir.

Ciddi matematik öğrencileri iki aşırı uca kayabilirler: 1) Başlarını hesaptan kaldırmayarak geneli göremeyenler, teorinin ve soyutlamanın önemini kavrayamayanlar, hatta soyutlamayı aşağılayanlar. 2) Eline kâğıt kalem almaya üşenip her şeyi teorik düzeyde algılamak isteyenler, hesap yapmayı küçümseyenler ve kendilerine yediremeyenler. Her iki uç da yanlıştır. En büyük matematikçiler bile, ne kadar sadece teoriyle ilgilenir görünürlerse görünsünler, odalarına kapanıp yalnız kaldıklarında, başkalarına göstermeye bile utanabilecekleri, çoğu zaman saçma sapan hesaplara gömüldükleri olur. Bu kitabın ikinci kısmından itibaren, teoriyle hesabı, olması gerektiği gibi birlikte göreceksiniz.

Okura en kısa, en kolay, en zekice yapılmış kanıtları sunmak gibi bir çabaya özellikle girmek istemedim. Bu tür kanıtların çoğu zaman pedagojik (ve hatta nerdeyse bilimsel) değerlerinin olduğuna inanmıyorum. Yöntemin ve düşünce biçiminin olgudan ve kanıtından daha önemli olduğuna inanıyorum. Bu ders notlarında, profesyonel bir matematikçinin standart düşünme biçimini göstermek istedim. Sanıldığına tersine iki satırlık hin oğlu hin kanıtlar değildir matematiği güzel kılan ve matematikte en yararlı olan. Onlar sadece bir tür geçici neşe kaynağıdır, bir tür şakadır. Esas olan, önemli olan, verimli ve kalıcı olan matematikçilerin büyük çoğunluğunun probleme nasıl yaklaştıklarını anlamaktır. İşte bu ders notlarında bunu yapmaya çalıştım. Kavramın nerden ve hangi sorundan kaynaklandığını, kanıta giden yolun nasıl akla gelebileceğini elimden geldiğince göstermeye çalıştım. Kendimi yazıyla sınırlamam önümdeki en büyük engeldi.

İşin matematiksel özüne dokunan bölümleri demiyeyim de, “olmazsa olmaz” diye nitelendirilebilecek bölümleri 1, 2, 3 gibi sayılarla numaralandırdım. Bunlara ana bölüm diyelim. Ana ol-

mayan, kimileyin açıklayıcı, kimileyin biraz daha ileri seviyede ve daha ilgili ve meraklı öğrenci için yazılmış olan diğer bölümlerin başına 3A, 4C gibi harfli sayılar koydum. Bu şu anlama gelir: Eğer daha standart ve sıradan bir metin yazmak isteseydim, metni birazcık değiştirip harfli bölümlerden vazgeçebilir ve ders notlarının hacmini yarıya indirebilirdim. Ama o zaman da konunun anlaşılması, sevilmesi ve derinliğinin kavranması çok daha güç olurdu ve [SKK] gibi heyecansız, renksiz ve soluk bir kitap ortaya çıkardı. Okur, harfli bölümleri okumalı ama ana bölümleri çok daha dikkatli okumalı. Öte yandan bir eğitmen derslerinde ana bölümlere odaklanıp, harfli bölümleri öğrencilerin inisiyatifine bırakabilir. Durumu şöyle özetleyebiliriz: Eğitmen harfsiz bölümlere ve dersleri iyi dinleyen öğrenci harfli bölümlere odaklanırsa mükemmel bir harmoni yakalanır.

Yıldızlı bölümler de ilk okumada atlanabilir. Ama atlanmasın! Hızlı bir okumayla geçilebilir ve gerektiğinde geri dönülebilir. Bir matematik kitabı Balzac'ın bir romanı gibi sayfa sayfa okunmak zorunda değildir. Ama emin olun ki harfli ya da harfsiz, yıldızlı ya da yıldızsız, hiçbir bölüm gereksiz değildir. Hatta harfli ve yıldızlı bölümler daha derindir, daha ince iştir ve anlayana güzellik katar.

Sondaki ekler ilgili, meraklı ve ileri düzeyde öğrenciler içindir. Ama bu ders notları o eklersiz de anlaşılır.

Eksikleri yanlışları, düzeltmeleri, kötü anlatımları ve her türlü eleştirilerinizi anesin@bilgi.edu.tr ya da anesin@nesinvakfi.org adresine gönderirseniz makbule geçer.

Son olarak, bu ders notlarını yazmam için bana gereken ortamı sağlayan eşim Özlem Beyarslan'a ve asistanım Aslı Can Korkmaz'a sonsuz (her ne demekse!) teşekkürlerimi sunarım.

Herkese kolay gele.

Ali Nesin
NMK, 20 Eylül 2010