

Math 121 Final

Ali Nesin
19 Ocak 2002

Tüm cevaplarınızı ispatlayın. İspatlanmamış cevaplara doğru olsalar dahi puan verilmeyecektir. \exists , \forall , \Rightarrow gibi sembolleri kullanmayın. Yazım kurallarına uyararak açık ve düzgün cümleler kurun. Türkçe ya da İngilizce yazabilirsiniz.

1. $(a_n)_n$ yakınsak ve gerçel bir dizi olsun.

1a. Dizinin $(a_{2n})_n$ alt dizisi yakınsamak zorunda mıdır? (2 puan.)

1b. Her n için $a_n \neq 0$ ise $(a_n/a_{n+1})_n$ dizisi yakınsamak zorunda mıdır? (2 puan.)

2. Aşağıdaki limitleri bulun ve limitin tanımını kullanarak sonuçlarınızı ispatlayın. (30 puan.)

2a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-5}{5n+2}$ 2b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-5}{5n+2}$ 2c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-5n}{5n^3+2}$

3. Aşağıdaki limitleri bulun. (16 puan. Sonucunuzu ispatlayın).

3a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right)^n$ 3b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$.

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2+n+1}\right)^{\frac{n^2-1}{2n+3}} = ?$ (10 puan. Sonucunuzu ispatlayın).

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ serisinin yakınsak olduğunu gösterin. Toplam için bir üstsınır bulun. (10 puan.)

6. $(a_n)_n$ terimleri negatif olmayan bir gerçel sayı dizisi olsun ve $(a_n^2)_n$ dizisi a sayısına yakınsasın. O zaman, $(a_n)_n$ dizisinin \sqrt{a} sayısına yakınsadığını gösterin. (15 puan.)

7. Derste $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ dizisinin 1'den büyük bir gerçel sayıya yakınsadığını görmüştük. Bu

limite e diyelim.

Aşağıdaki diziler yakınsak mıdır? Yakınsak olanların limitlerini bulun. (15 puan. Sonuçlarınızı ispatlayın).

7a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n$ 7b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{3n}$ 7c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.