

Problemler

Ali Nesin
July 11th, 2000

1. $a < b$ be iki reel sayı olsun. $(0, 1)$ ve (a, b) aralıkları arasında birebir ve örten, $f_{a,b}$ fonksiyonunu bulun ve açık bir şekilde yazın. Bu fonksiyonun tersi nedir? $f_{a,b} \circ f_{c,d}^{-1}$ nedir?

2. $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$ artan ve $(b_i)_{i \in \mathbb{N}}$ azalan reel sayı dizileri olsun ve her $n, m \in \mathbb{N}$ için $a_n < b_m$ sağlansın. $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} [a_i, b_i] \neq \emptyset$ olduğunu gösterin. Bu sonucun kesirli sayılar kümesi \mathbb{Q} için doğru olmadığını gösterin.

3. $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} [a_i, b_i] = \emptyset$ eşitliğini sağlayan ve her $n, m \in \mathbb{N}$ için $a_n < b_m$ olan artan bir $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$ ve azalan bir $(b_i)_{i \in \mathbb{N}}$ gerçel sayı dizileri bulabilir misiniz?

4. a ve b iki reel sayı olsun. $[a, b]$ kapalı aralığı eğer bazı açık aralıklarla kaplanmışsa, o zaman bu açık aralıkların sonlu tanesinin $[a, b]$ aralığını kaplamak için yeterli olduğunu kanıtlayın.

5. $x \in \mathbb{R}$ olsun. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ serisinin yakınsadığını gösterin.