

## TOPOLOJİ TEST A

1. Aşağıdakilerden hangisi topoloji tanımlama yöntemi değildir?
  - (a) Açık kümeleri belirleme
  - (b) Kapalı kümeleri belirleme
  - (c) Alt-kümeleri belirleme
  - (d) Kaplamaları belirleme
  - (e) İşlemleri belirleme
2.  $f : (X, \mathcal{T}) \rightarrow (Y, \mathcal{S})$  dönüşümünün eşyapı dönüşümü olması için hangisi gerekmez?
  - (a)  $f$  özdeşlik dönüşümüdür
  - (b)  $f$  bire-bir örtendir
  - (c)  $T \in \mathcal{T} \Rightarrow f(T) \in \mathcal{S}$  dir
  - (d)  $S \in \mathcal{S} \Rightarrow f^{-1}(S) \in \mathcal{T}$  dir
  - (e)  $f$  kapalı kümeleri kapalı kümelere resmeder
3.  $(X, \mathcal{T})$  nin bir topolojik uzay olması için hangisi gerekmez?
  - (a)  $\emptyset, X \in \mathcal{T}$  dir
  - (b) Açık kümelerin her bileşimi açıktır
  - (c) Kapalı kümelerin her arakesiti kapalıdır.
  - (d) Kapalı kümelerin her bileşimi kapalıdır.
  - (e) Hepsi gerekir
4.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzay ve  $A \subset X$  ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
  - (a)  $A^\circ$  kümesi  $A$  nın bütün açık alt kümelerinin bileşimine eşittir.
  - (b)  $A^\circ$  kümesi açıktır.
  - (c)  $A^\circ$  kümesi  $A$  nın en büyük açık alt-kümesidir.
  - (d)  $A^\circ$  kümesi  $A$  nın en küçük açık alt-kümesidir.
  - (e) Hiçbiri
5.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzay ve  $A, B \subset X$  ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
  - (a)  $(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$
  - (b)  $(A \cup B)^\circ = A^\circ \cup B^\circ$
  - (c)  $\partial(A \cup B) = \partial A \cup \partial B$
  - (d)  $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$
  - (e) Hepsi
6.  $(X, \mathcal{T})$  bir topolojik uzay ve  $A, T \subset X$  olsun. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
  - (a)  $A$  kümesinin  $X$  uzayı içinde yoğun olması için gerekli ve yeterli koşul boş olmayan her  $T$  açık kümesi için  $T \cap A = \emptyset$  olmasıdır.
  - (b)  $A$  kümesinin  $X$  uzayı içinde yoğun olması için gerekli ve yeterli koşul boş olmayan her  $T$  açık kümesi için  $T \cap A \neq \emptyset$  olmasıdır.
  - (c) Bir topolojik uzayın sayılabilir yoğun bir alt-kümesi varsa, bu uzay *ayrılmaz* bir uzaydır
  - (d) Bir topolojik uzayın sayılamaz yoğun bir alt-kümesi varsa, bu uzay *ayrılabilir* bir uzaydır
  - (e) Hiçbiri

7.  $X$  kümesinin  $\mathcal{P}(X)$  kuvvet kümesi üzerinde tanımlı  $\beta : \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$  fonksiyonunun bir topolojinin açık kümelerini belirlemesi için aşağıdakilerden hangisi gereklidir? Her  $A \in \mathcal{P}(X)$  için
- $\beta(X) = X$
  - $\beta(A) \subset A$
  - $\beta(\beta(A)) = \beta(A)$
  - $\beta(A \cap B) = \beta(A) \cap \beta(B)$
  - Hepsi
8.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzay ve  $A, B \subset X$  ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- $\bar{A} = \tilde{A} \cup A$
  - $(A \cap B)^\sim = \tilde{A} \cap \tilde{B}$  dir.
  - $A \cup \tilde{A}$  kapalıdır.
  - $A$  nın kapalı olması için  $\tilde{A} \subset A$  olması gerekli ve yeterlidir.
  - $(A \cup B)^\sim = \tilde{A} \cup \tilde{B}$  dir.
9.  $(X, \mathcal{T})$  bir topolojik uzay ve  $A, B \subset X$  olsun. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- $B \subset \bar{A}$  ise,  $A$  kümesi  $B$  içinde *yoğundur*.
  - $B \supset \bar{A}$  ise,  $A$  kümesi  $B$  içinde *yoğundur*.
  - $B = \bar{A}$  ise,  $A$  kümesi  $B$  içinde *yoğundur*.
  - $(\bar{A})^\circ \neq \emptyset$  ise  $A$  kümesi  $X$  uzayının *hiçbir yerinde yoğun değildir*
  - Hepsi
10.  $\mathfrak{B}$  ve  $\mathfrak{C}$  iki aile ise  $\mathfrak{B}^* = \mathfrak{C}^*$  olması için gerekli koşullardan birisi hangisidir?
- Her  $S \in \mathfrak{C}$  ve her  $x \in S$  için  $x \in B \subset S$  olacak şekilde bir  $B \in \mathfrak{B}$  vardır.
  - Her  $B \in \mathfrak{B}$  ve her  $y \in B$  için  $y \in S \subset S$  olacak şekilde bir  $S \in \mathfrak{C}$  vardır.
  - Her  $S \in \mathfrak{C}$  için  $S \in \mathfrak{B}$  dir.
  - Her  $B \in \mathfrak{B}$  için  $B \in \mathfrak{C}$  dir.
  - Hepsi
11. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- $(X, \mathcal{T})$  ayrık bir uzay ve  $A \subset X$  sayılamayan bir alt küme ise,  $A$  kümesinin yığılma noktalarından en az birisi  $A$  ya aittir.
  - $(X, \mathcal{T})$  ayrılabilir bir uzay ve  $A \subset X$  sayılamayan bir alt küme ise,  $A$  kümesinin yığılma noktalarından en az birisi  $A$  ya aittir.
  - $(X, \mathcal{T})$  Birinci Sayılabilme Aksiyomunu sağlayan bir uzay ve  $A \subset X$  sayılamayan bir alt küme ise,  $A$  kümesinin yığılma noktalarından en az birisi  $A$  ya aittir.
  - $(X, \mathcal{T})$  İkinci Sayılabilme Aksiyomunu sağlayan bir uzay ve  $A \subset X$  sayılamayan bir alt küme ise,  $A$  kümesinin yığılma noktalarından en az birisi  $A$  ya aittir.
  - Hiçbiri
12. Aşağıdakilerden hangisi  $\mathbb{R}$  üzerinde bir topoloji için alt-tabandır?
- Gerçek eksen üzerindeki bütün açık aralıklardan oluşan  $\mathcal{R} = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
  - Gerçek eksen üzerindeki bütün soldan açık aralıklardan oluşan  $\mathcal{U} = \{(a, b] : a, b \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
  - Gerçek eksen üzerindeki bütün sağdan açık aralıklardan oluşan  $\mathcal{A} = \{[a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
  - Gerçek eksen üzerindeki yarı-sonsuz aralıklardan oluşan  $\mathcal{K} = \{(a, \infty), (-\infty, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
  - Hepsi
13. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- (a) Eğer  $\mathcal{T}$  nun sayılabilir bir tabanı varsa,  $(X, \mathcal{T})$  uzayı *İkinci Sayılabilme Aksiyomunu* sağlıyor denilir.
- (b) Eğer  $\mathcal{T}$  nun sayılabilir bir tabanı varsa,  $(X, \mathcal{T})$  uzayı *Birinci Sayılabilme Aksiyomunu* sağlıyor denilir.
- (c) Birinci Sayılabilme Aksiyomunu sağlayan her  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzayı ayrılabilir bir uzaydır.
- (d) İkinci Sayılabilme Aksiyomunu sağlayan her  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzayı ayrık bir uzaydır.
- (e) Hepsi
14.  $(X, \mathcal{T})$  bir topolojik uzay ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a)  $\mathcal{T}^* = \mathcal{T}$  dir.
- (b)  $\mathcal{T}^*$  ailesi bir topoloji değildir, ama  $\mathcal{T}$  topolojisi için bir tabandır.
- (c)  $\mathcal{T}^*$  ailesi bir topoloji tabanı değildir, ama  $\mathcal{T}$  topolojisi için bir alt-tabandır.
- (d)  $\mathcal{T}^*$  ailesi  $\mathcal{T}$  topolojisinden kesinlikle daha ince bir topolojidir.
- (e) Hiçbiri
15. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Üzerindeki salt topolojiye göre gerçel eksen ayrılabilir bir topolojik uzaydır.
- (b) Mutlak topolojiye göre rasyonel sayılar kümesi gerçel sayılar kümesi içinde yoğundur.
- (c) Mutlak topolojiye göre irrasyonel sayılar kümesi gerçel sayılar kümesi içinde yoğundur.
- (d) Mutlak topolojiye göre tam sayılar kümesi gerçel sayılar kümesi içinde yoğundur.
- (e) Hiçbiri
16. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Ayrılabilir bir uzayın ikinci sayılabilme aksiyomunu sağlaması gerekmez.
- (b) Her iki ucu rasyonel olan bütün açık aralıkların ailesi  $\mathbb{R}$  üzerindeki salt topoloji için bir tabandır.
- (c)  $\xi = \{[p, q] : p, q \in \mathbb{Q}, p < q\}$  ailesi  $\mathbb{R}$  üzerinde bir topoloji tabanı değildir.
- (d)  $\mathcal{V} = \{[p, q] : p, q \in \mathbb{Q}, p \leq q\}$  ailesi  $\mathbb{R}$  üzerinde bir topoloji tabanıdır
- (e) Hiçbiri
17. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a)  $\mathbb{Z}^\circ = \emptyset$
- (b)  $\overline{\mathbb{Z}} = \mathbb{Z}$
- (c)  $\tilde{\mathbb{Z}} = \emptyset$
- (d)  $\mathbb{Z}^\circ = \mathbb{Z}$
- (e) Hiçbiri
18.  $\mathbb{Q}$  rasyonel sayılar kümesi ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $\mathbb{Q}^\circ = \emptyset$
- (b)  $\overline{\mathbb{Q}} = \mathbb{Q}$
- (c)  $\tilde{\mathbb{Q}} = \emptyset$
- (d)  $\mathbb{Q}^\circ = \mathbb{Q}$
- (e) Hiçbiri
19.  $\mathbb{F} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$  irrasyonel sayılar kümesi ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $(\mathbb{F})^\circ = \emptyset$
- (b)  $\overline{\mathbb{F}} = \mathbb{F}$

- (c)  $\tilde{\mathbb{F}} = \emptyset$   
 (d)  $\mathbb{F}^\circ = \mathbb{F}$   
 (e) Hiçbiri
20.  $A = (0, 1)$  aralığı için, salt topolojiye göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?  
 (a)  $A^\circ = \emptyset$   
 (b)  $\bar{A} = A$   
 (c)  $\tilde{A} = A$   
 (d)  $\bar{A} = \tilde{A}$   
 (e) Hiçbiri
21. Aşağıdakilerden hangisi komşuluk aksiyomlarından birisidir?  
 (a)  $\mathcal{B}(x)$  ailesine ait her hangi bir kümeyi kapsayan her küme  $\mathcal{B}(x)$  ailesine aittir.  
 (b)  $\mathcal{B}(x)$  ailesine ait iki kümenin arakesiti yine  $\mathcal{B}(x)$  ailesine aittir.  
 (c)  $\mathcal{B}(x)$  ailesine ait her küme  $x$  noktasını içerir.  
 (d) Eğer  $V \in \mathcal{B}(x)$  ise, öyle bir  $W \in \mathcal{B}(x)$  vardır ki her  $y \in W$  için  $V \in \mathcal{B}(y)$  olur.  
 (e) Hepsi
22.  $(X, \mathcal{T})$  ve  $(Y, \mathcal{S})$  topolojik uzayları ile  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu verilsin. Aşağıdaki ifadelerden hangisi ötekilere eşdeğer değildir?  
 (a) Her  $T \in \mathcal{T}$  için  $f(T) \in \mathcal{S}$  dir.  
 (b) Her  $A \subseteq X$  alt-kümesi için  $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$  dir;  
 (c) Her  $K \in \mathcal{S}'$  için  $f^{-1}(K) \in \mathcal{T}'$  dür;  
 (d) Her  $S \in \mathcal{S}$  için  $f^{-1}(S) \in \mathcal{T}$  dur.  
 (e)  $f$  fonksiyonu  $X$  üzerinde süreklidir;
23. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?  
 (a) Bir topolojik uzaydan kendisine olan özdeşlik dönüşümü süreklidir.  
 (b) Her hangi bir topolojik uzaydan başka bir topolojik uzaya olan sabit fonksiyonlar süreklidir.  
 (c) Bir ayrık uzaydan her hangi bir topolojik uzaya olan fonksiyonlar süreklidir.  
 (d) Her hangi bir topolojik uzaydan ayrık olmayan bir uzaya olan fonksiyonlar süreklidir.  
 (e) Hiçbiri.
24.  $(X, \mathcal{T})$  ve  $(Y, \mathcal{S})$  topolojik uzayları ile  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu verilsin. Aşağıdaki ifadelerden hangisi ötekilere eşdeğer değildir?  
 (a)  $f$  fonksiyonu  $X$  üzerinde süreklidir,  
 (b) Her  $A \subseteq Y$  alt kümesi için  $f^{-1}(A^\circ) \subset (f^{-1}(A))^\circ$  dır,  
 (c) Her  $A \subseteq Y$  alt kümesi için  $f^{-1}(\bar{A}) \supset \overline{f^{-1}(A)}$  dır.  
 (d) Her  $A \subseteq Y$  alt kümesi için  $f^{-1}(\bar{A}) \subset \overline{f^{-1}(A)}$  dır.  
 (e) Hepsi birbirine eşdeğerdir.
25. Bire-bir ve örten  $f : X \rightarrow Y$  bir fonksiyonunun bir topolojik eşyapı resmi (homeomorphism) olması için gerekli ve yeterli olmayan koşul hangisidir?  
 (a)  $f$  nin sürekli ve açık olmasıdır.  
 (b)  $f$  nin sürekli ve kapalı olmasıdır.  
 (c)  $f$  ve  $f^{-1}$  fonksiyonlarının sürekli olmasıdır.  
 (d) her  $A \subset X$  alt-kümesi için  $f(A) = \overline{f(A)}$  olmasıdır.

- (e) Hepsi birbirine eşdeğerdir.
26. Bir  $X$  kümesi üzerinde  $\mathcal{T}$  ve  $\mathcal{S}$  topolojileri verilsin.  $\mathcal{T}$  topolojisinin  $\mathcal{S}$  topolojisinden daha ince dokulu olması için gerekli ve yeterli koşul hangisidir?
- (a)  $I : X \rightarrow X$  özdeşlik dönüşümünün  $\mathcal{T} - \mathcal{S}$  sürekli olmasıdır.
- (b) Her  $x \in X$  için,  $\mathcal{S}$  topolojisine göre  $x$  ögesinin her komşuluğu  $\mathcal{T}$  topolojisine göre de bu noktanın bir komşuluğudur.
- (c) Her  $A \subset X$  alt-kümesi için,  $\mathcal{T}$  topolojisine göre  $A$  kümesinin kaplamı  $\mathcal{S}$  topolojisine göre  $A$  kümesinin kaplamı tarafından kapsanır;
- (d)  $\mathcal{S}$  topolojisine göre kapalı olan her alt-küme  $\mathcal{T}$  topolojisine göre de kapalıdır.
- (e) Hepsi.
27. Boş olmayan bir  $X$  kümesi ile bir  $\mathcal{Y} = \{(Y_\nu, \mathcal{T}_\nu) : \nu \in I\}$  topolojik uzaylar ailesi veriliyor. Her  $\nu \in I$  için bir  $f_\nu : X \rightarrow Y_\nu$  fonksiyonu tanımlanıyor. Aşağıdakilerden hangisi  $\{\mathcal{T}_\nu : \nu \in I\}$  topolojiler ailesinin,  $\mathcal{F}$  fonksiyonlarına göre, *izdüşel (projective) topolojisi*dir?
- (a)  $\mathcal{F} = \{f_\nu : \nu \in I\}$  fonksiyonlarının herbirisini sürekli kılan topolojilerin bileşimidir.
- (b)  $\mathcal{F} = \{f_\nu : \nu \in I\}$  fonksiyonlarının herbirisini sürekli kılan topolojilerin en ince dokulusudur.
- (c)  $\mathcal{F} = \{f_\nu : \nu \in I\}$  fonksiyonlarının herbirisini sürekli kılan topolojilerin en kaba dokulusudur.
- (d)  $\{\mathcal{T}_\nu : \nu \in I\}$  topolojiler ailesinin bileşimine eşittir.
- (e)  $\{\mathcal{T}_\nu : \nu \in I\}$  topolojiler ailesinin arakesitine eşittir.
28. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) *Çarpım topolojisi* bir *izdüşel (projective) topolojisi*dir.
- (b) *Çarpım topolojisi* bir *tümel (inductive) topolojisi*dir.
- (c) *Bölüm topolojisi* bir *izdüşel (projective) topolojisi*dir.
- (d) *Bir topoloji ailesinin en küçük üst sınırı* bir *tümel (inductive) topolojisi*dir.
- (e) *Bir topoloji ailesinin en büyük alt sınırı* bir *izdüşel (projective) topolojisi*dir.
29. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a)  $\mathcal{T}$  topolojisi incelidikçe  $(X, \mathcal{T})$  uzayından herhangi bir  $(Y, \mathcal{S})$  uzayına tanımlı sürekli fonksiyonlar çoğalır.
- (b)  $\mathcal{T}$  topolojisi kabalaştıkça  $(X, \mathcal{T})$  uzayından herhangi bir  $(Y, \mathcal{S})$  uzayına tanımlı sürekli fonksiyonlar çoğalır.
- (c)  $\mathcal{S}$  topolojisi incelidikçe herhangi bir  $(X, \mathcal{T})$  uzayından  $(Y, \mathcal{S})$  uzayına tanımlı sürekli fonksiyonlar azalır.
- (d)  $\mathcal{T}$  topolojisi kabalaştıkça  $(X, \mathcal{T})$  uzayı üzerindeki yakınsak diziler çoğalır.
- (e)  $\mathcal{T}$  topolojisi incelidikçe  $(X, \mathcal{T})$  uzayı üzerindeki yakınsak diziler azalır.
30.  $\{\frac{1}{n} : n > 0\}$  dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Dizinin limiti 0 dır; yığılma noktası 0 dır.
- (b) Dizinin limiti 0 dır; yığılma noktası yoktur.
- (c) Dizinin limiti yoktur; yığılma noktası 0 dır.
- (d) Dizinin limiti yoktur; yığılma noktası yoktur.
- (e) Hiçbiri.
31.  $\{(-1)^n \frac{1}{n} : n > 0\}$  dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Dizinin limiti  $-1$  ve  $+1$  dir; yığılma noktası  $-1$  ve  $+1$  dir.
- (b) Dizinin limiti  $-1$  ve  $+1$  dir; yığılma noktası yoktur.
- (c) Dizinin limiti 0 dır; yığılma noktası 0 dır.

- (d) Dizinin limiti yoktur; yığılma noktası yoktur.
- (e) Dizinin limiti 0 dır; yığılma noktası  $-1$  ve  $+1$  dir.
32.  $\{(-1)^n + \frac{1}{n} : n > 0\}$  dizisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Dizinin limiti  $-1$  ve  $+1$  dir; yığılma noktaları  $-1$  ve  $+1$  dir.
- (b) Dizinin limiti yoktur; yığılma noktaları  $-1$  ve  $+1$  dir.
- (c) Dizinin limiti 0 dır; yığılma noktası 0 dır.
- (d) Dizinin limiti yoktur; yığılma noktası yoktur.
- (e) Dizinin limiti 0 dır; yığılma noktası  $-1$  ve  $+1$  dir.
33. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Sabit dizinin limiti yoktur ama yığılma noktası vardır.
- (b) Bir dizinin hem bir limiti hem de bir yığılma noktası varsa çakışır.
- (c) Bir dizinin limitinin olması, o dizinin yığılma noktasının da olmasını gerektirmez.
- (d) Bir dizinin hem limiti hem de yığılma noktası olmayabilir.
- (e) Bir dizinin limiti olmadığı halde yığılma noktaları olabilir.
34. Dizisel süreklilik hangi uzaylarda sürekliliğe denktir?
- (a) İkinci Sayılabilme Aksiyomunu sağlayan uzaylarda.
- (b) Ayrılabilir uzaylarda.
- (c) Birinci Sayılabilme Aksiyomunu sağlayan uzaylarda.
- (d) Ayrık uzaylarda..
- (e) Her uzayda.
35. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Ayrık olmayan uzaydaki bir dizi, uzayın hiç bir noktasına yakınsamaz.
- (b) Ayrık bir uzayda bir  $(a_n)$  dizisinin bir  $a$  noktasına yakınsaması için gerekli ve yeterli koşul belli bir damgadan sonraki bütün  $a_n$  terimlerinin  $a$  ya eşit olmasıdır.
- (c) Yakınsak bir dizinin her alt dizisi de yakınsaktır ve aynı limite sahiptir.
- (d) Her gerçel sayı rasyonel sayılar kümesinin bir yığılma noktasıdır.
- (e)  $\mathbb{R}$  üzerindeki salt topolojiye göre  $\mathbb{N}$  doğal sayılar kümesinin hiç bir yığılma noktası yoktur.
36.  $(\Lambda, \preceq)$  sisteminin yönlenmiş bir küme olması için hangi koşul gerekmez?
- (a) Her  $\lambda \in \Lambda$  için  $\lambda \preceq \lambda$  dır.
- (b) Her  $\lambda, \mu, \nu \in \Lambda$  için  $\lambda \preceq \mu$  ve  $\mu \preceq \nu$  olması  $\lambda \preceq \nu$  olmasını gerektirir.
- (c) Her  $\lambda, \mu \in \Lambda$  çiftine karşılık öyle bir  $\nu \in \Lambda$  ögesi vardır ki  $\lambda \preceq \nu$  ve  $\mu \preceq \nu$  olur.
- (d) Her  $\lambda, \mu \in \Lambda$  için  $(\lambda \preceq \mu) \wedge (\mu \preceq \lambda) \Rightarrow (\mu = \lambda)$
- (e) Hepsi gereklidir.
37. Hangisi yanlıştır?
- (a) Her dizi bir ağdır.
- (b) Her ağ bir dizidir.
- (c) Bir topolojik uzayda bir  $x$  ögesinin her  $V$  komşuluğundan bir  $x_v$  ögesi seçilerek oluşturulan  $(x_v)$  kümesi bir ağdır.
- (d)  $X, \mathcal{T}$  uzayında  $x$  noktasının  $\mathcal{B}(x)$  komşuluklar ailesinin yönlenmiş bir sistemdir.
- (e) Hiçbiri.
38. Hangisi doğrudur?

- (a) Her gerçel sayı, rasyonel sayılar kümesinin bir yığılma noktasıdır.  
 (b) Her rasyonel sayı, rasyonel sayılar kümesinin bir yığılma noktasıdır.  
 (c) Her irrasyonel sayı, rasyonel sayılar kümesinin bir yığılma noktasıdır.  
 (d) Her gerçel sayı, irrasyonel sayılar kümesinin bir yığılma noktasıdır.  
 (e) Hepsi.
39. Hangisi doğrudur?
- (a) Ayrık olmayan uzayda her dizi her noktaya yakınsar.  
 (b) Ayrık olmayan uzayda hiç bir dizi yakınsamaz.  
 (c) Ayrık uzayda her dizi her noktaya yakınsar.  
 (d) Ayrık uzayda hiç bir dizi yakınsamaz.  
 (e) Hepsi.
40. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Üzerindeki salt topolojiye göre gerçel eksen ayrılabilir bir topolojik uzaydır.  
 (b) Mutlak topolojiye göre rasyonel sayılar kümesi gerçel sayılar kümesi içinde yoğundur.  
 (c) Mutlak topolojiye göre irrasyonel sayılar kümesi gerçel sayılar kümesi içinde yoğundur.  
 (d) Mutlak topolojiye göre tam sayılar kümesi gerçel sayılar kümesi içinde yoğundur.  
 (e) Hiçbiri
41. Aşağıdakilerden hangisi komşuluk aksiyonlarından birisidir?
- (a)  $\mathcal{B}(x)$  ailesine ait her hangi bir kümeyi kapsayan her küme  $\mathcal{B}(x)$  ailesine aittir.  
 (b)  $\mathcal{B}(x)$  ailesine ait iki kümenin arakesiti yine  $\mathcal{B}(x)$  ailesine aittir.  
 (c)  $\mathcal{B}(x)$  ailesine ait her küme  $x$  noktasını içerir.  
 (d) Eğer  $V \in \mathcal{B}(x)$  ise, öyle bir  $W \in \mathcal{B}(x)$  vardır ki her  $y \in W$  için  $V \in \mathcal{B}(y)$  olur.  
 (e) Hepsi
42. Boş olmayan bir  $X$  kümesi ile bir  $\mathcal{Y} = \{(Y_\nu, \mathcal{T}_\nu) : \nu \in I\}$  topolojik uzaylar ailesi veriliyor. Her  $\nu \in I$  için bir  $f_\nu : Y_\nu \rightarrow X$  fonksiyonu tanımlanıyor. Aşağıdakilerden hangisi  $\{\mathcal{T}_\nu : \nu \in I\}$  topolojiler ailesinin,  $\mathcal{F}$  fonksiyonlarına göre, *tümel (inductive) topolojisi*dir?
- (a)  $\mathcal{F} = \{f_\nu : \nu \in I\}$  fonksiyonlarının herbirisini sürekli kılan topolojilerin bileşimidir.  
 (b)  $\mathcal{F} = \{f_\nu : \nu \in I\}$  fonksiyonlarının herbirisini sürekli kılan topolojilerin en ince dokulusudur.  
 (c)  $\mathcal{F} = \{f_\nu : \nu \in I\}$  fonksiyonlarının herbirisini sürekli kılan topolojilerin en kaba dokulusudur.  
 (d)  $\{\mathcal{T}_\nu : \nu \in I\}$  topolojiler ailesinin bileşimine eşittir.  
 (e)  $\{\mathcal{T}_\nu : \nu \in I\}$  topolojiler ailesinin arakesitine eşittir.
43.  $\mathcal{S}$  ailesi  $X$  kümesi üzerinde bir süzgeç ise, aşağıdakilerden hangisi sağlanmaz?
- (a)  $\emptyset \notin \mathcal{S}$   
 (b)  $\emptyset \in \mathcal{S}$   
 (c)  $X \in \mathcal{S}$   
 (d)  $A, B \in \mathcal{S} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{S}$   
 (e)  $(V \in \mathcal{S}) \wedge (V \subset W) \Rightarrow W \in \mathcal{S}$
44. Aşağıdakilerden hangisi bir süzgeç değildir?
- (a) Bir topolojik uzayda bir noktanın yerel komşuluklar ailesi.  
 (b) Bir topolojik uzayda bir noktanın yerel komşuluklar tabanı.

- (c)  $X$  sonsuz bir küme olsun.  $X$  içinde tümleyenleri sonlu olan bütün alt kümelerin oluşturduğu aile.
- (d) Sonsuz bir  $X$  kümesi içindeki bütün sonlu alt kümelerin tümleyenlerinin oluşturduğu aile.
- (e)  $\mathcal{S}_\infty = \{(a, \infty) : a \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
45. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Gerçek sayılar kümesinde salt topolojiye göre her  $[a, b]$  aralığı tıktır.
- (b) Bir  $(X, \mathcal{T})$  Hausdorff uzayında her sonlu küme tıktır.
- (c) Gerçek sayılar kümesinde salt topolojiye göre her  $(a, b)$  aralığı tıktır.
- (d) Tıktır bir uzayın tıktır her alt kümesi kapalıdır.
- (e) Tıktır bir uzayın kapalı her alt kümesi tıktır.
46. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Her tıktır uzay yerel tıktır.
- (b) Yerel tıktır her uzay tıktır.
- (c) Her küme, üzerindeki sonlu tümleyenler (cofinite) topolojisine göre tıktır.
- (d) Tıktır kümelerin sürekli bir fonksiyon altındaki görüntüleri de tıktır.
- (e) Sonsuz bir küme üzerindeki ayrık topolojiye göre tıktır olamaz.
47. Bir  $(X, \mathcal{T})$  Hausdorff uzayı için aşağıdakilerden hangisi ötekilere eşdeğer değildir?
- (a) Uzay tıktır.
- (b) Uzayın her alt uzayı tıktır.
- (c) Kapalı alt kümelerden oluşan ve sonlu arakesit özeliğine sahip olan bir ailenin arakesiti boş olmaz.
- (d) Kapalı alt kümelerden oluşan ve arakesiti boş olan her ailenin, arakesiti boş olan sonlu bir alt ailesi vardır.
- (e) Hiçbiri.
48. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $(X, \mathcal{T})$  tıktır ve  $\mathcal{T} \leq \mathcal{S}$  ise  $(X, \mathcal{S})$  uzayı da tıktır.
- (b)  $(X, \mathcal{T})$  tıktır ve  $\mathcal{T} \geq \mathcal{S}$  ise  $(X, \mathcal{S})$  uzayı da tıktır.
- (c) Tıktır bir uzayın sonsuz sayıda tıktır alt kümelerinin bileşimi de tıktır.
- (d) Salt topolojiye göre gerçel sayıların sınırlı alt kümeleri tıktır.
- (e) Salt topolojiye göre gerçel sayıların kapalı olmayan tıktır alt kümeleri vardır.
49. Eğer  $p$  fonksiyonu  $X$  vektör uzayı üzerinde bir yarı-norm ise aşağıdakilerden hangisi sağlanmayabilir?
- (a)  $p(0) = 0$
- (b)  $|p(x) + p(y)| \leq p(x + y)$
- (c)  $p(x) \geq 0$
- (d)  $\{x : p(x) = 0\}$  kümesi  $X$  uzayının bir alt vektör uzayıdır
- (e)  $B = \{x : p(x) < 1\}$  kümesi dışbükeydir.
50. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $\mathbb{R}$  üzerinde  $x \rightarrow |x|$  dönüşümü bir metriktir.
- (b)  $\mathbb{R}$  üzerinde  $(x, y) \rightarrow \sqrt{|x|^2 + |y|^2}$  dönüşümü bir metriktir.
- (c)  $\mathbb{C}$  üzerinde  $z \rightarrow |z|$  dönüşümü bir metriktir.
- (d) Her metrik bir normdur.



- (e) Hiçbiri.
51. Aşağıdakilerden hangisi bir normdur? Her  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \in \ell_1$  için
- $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{sup}} = \sup \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \|x_n\|$
  - $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{inf}} = \inf \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{min}} = \min \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - Hepsi
52.  $X$  herhangi bir küme ise, aşağıdakilerden hangisi bir metrik değildir?
- $\delta : X \times X$  den  $\mathbb{R}$ ,  $x = y$  ise  $\delta(x, y) = 1$  ve  $x \neq y$  ise  $\delta(x, y) = 0$
  - $X$  üzerinde sonlu sayıda metriğin toplamı da metriktir.
  - $X$  üzerinde sonlu sayıda metriğin maksimumu da metriktir.
  - $(X, \rho)$  metrik uzay ise  $\delta(x, y) = \rho(x, y)/(1 + \rho(x, y))$  olmak üzere  $(X, \delta)$  da bir metrik uzaydır.
  - Hepsi metriktir.
53. Aşağıdakilerden hangisi bir normdur? Her  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \in \ell_{\infty}$  için
- $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{sup}} = \sup \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{max}} = \max \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{inf}} = \inf \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{min}} = \min \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
  - Hepsi
54.  $(X, \rho)$  metrik uzay ve  $A, B \subset X$  veriliyor.  $A$  ile  $B$  kümeleri arasındaki  $d(A, B)$  uzaklığı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- $d(A, B) = \min\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$
  - $d(A, B) = \max\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$
  - $d(A, B) = \sup\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$
  - $d(A, B) = \inf\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$
  - $d(A, B) = \rho(A) - \rho(B)$
55. Hangi uzaylarda Cauchy dizileri var olabilir?
- Herhangi bir topolojik uzay.
  - Birinci Sayılabilme Belitini sağlayan topolojik uzay.
  - İkinci Sayılabilme Belitini sağlayan topolojik uzay.
  - Metrik uzay.
  - Hepsi.
56.  $(X, \rho)$  ile  $(X, \mu)$  metrik uzaylar ise,  $\rho$  ile  $\mu$  metriklerinin denk iki metrik olması ne demektir?
- Her  $x, y \in X$  için  $\rho(x, y) = \mu(x, y)$  olmasıdır.
  - Tanımladıkları topolojilerin eşit olmasıdır.
  - Her ikisinin kapalı birim yuvarlarının eşit olmasıdır.
  - Her ikisinin açık birim yuvarlarının eşit olmasıdır.
  - Hepsi.
57.  $F : (X, \rho) \rightarrow (X, \mu)$  metrik uzaylarının eşmetrel (isometric) olması ne demektir?
- Her  $x, y \in X$  için  $\rho(x, y) = \mu(f(x), f(y))$  olmasıdır.

- (b) Tanımladıkları topolojilerin eşit olmasıdır.  
 (c) Her ikisinin kapalı birim yuvarlarının eşit olmasıdır.  
 (d) Her ikisinin açık birim yuvarlarının eşit olmasıdır.  
 (e) Hepsi.
58. *Cauchy dizisi* ne demektir?
- (a) Topolojik uzayda yakınsak bir dizidir.  
 (b) Metrik uzayda yakınsak bir dizidir.  
 (c) Normlu uzayda yakınsak bir dizidir.  
 (d) Metrik uzayda, indisleri yeterince büyük alındığında terimleri birbirlerine istenildiği kadar yaklaşan dizidir.  
 (e) Hepsi.
59. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Bir metrik uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsaktır.  
 (b) Bir metrik uzayda yakınsak her dizi bir *Cauchy* dizisidir.  
 (c) Bir metrik uzayda sınırlı her dizi yakınsaktır.  
 (d) Üst uzayda yakınsak her dizi alt uzayda da yakınsaktır.  
 (e) Hepsi.
60. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Bir metrik uzayda her *Cauchy* dizisi uzayın bir noktasına yakınsıyorsa uzay tamdır.  
 (b) Bir topolojik uzayda her *Cauchy* dizisi uzayın bir noktasına yakınsıyorsa uzay tamdır.  
 (c) Bir metrik uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsıyorsa uzay tamdır.  
 (d) Bir topolojik uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsıyorsa uzay tamdır.  
 (e) Normlu bir uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsıyorsa uzay tamdır.
61.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzayında  $A, B \subset X$  alt kümelerinin bağlantılı olması ne demektir?
- (a)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \vee \quad A \cap \bar{B} \neq \emptyset$   
 (b)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \wedge \quad A \cap \bar{B} \neq \emptyset$   
 (c)  $\bar{A} \cap B = \emptyset \quad \wedge \quad A \cap \bar{B} = \emptyset$   
 (d)  $\bar{A} \cap B = \emptyset \quad \vee \quad A \cap \bar{B} = \emptyset$   
 (e)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \wedge \quad A \cup B = X$
62. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $\mathbb{R}$  gerçel sayılar kümesinde her aralık bağlantılıdır.  
 (b)  $\mathbb{R}$  gerçel sayılar kümesinde bağlantılı her alt küme bir aralıktır.  
 (c)  $\mathbb{R}^3$  uzayında simit yüzeyi (torus), salt topolojiye göre, bağlantılıdır.  
 (d)  $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$  sürekli bir fonksiyon ise,  $f$  fonksiyonunun bir sabit noktası vardır.  
 (e) Hepsi.
63.  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonunun sürekli olması için  $x_n \rightarrow x \Rightarrow f(x_n) \rightarrow f(x)$  koşulunun yeterli olmadığı uzaylar hangileridir?
- (a) Birinci Sayılabilme Belitini (axiom) sağlayan uzaylar.  
 (b) Metrik uzaylar.  
 (c) Normlu uzaylar  
 (d) İkinci Sayılabilme Belitini (axiom) sağlayan uzaylar.  
 (e) Hiçbiri.