

MANTIĞIN GÖRKEMLİ DÖNÜŞÜ

Timur KARAÇAY

Başkent Üniversitesi – Ankara

e-posta : tkaracay@baskent.edu.tr

Özet

Bu konuşmada, insanoğlunun varoluşundan beri doğru düşünmek ya da doğru bilgi üretmek için giriştiği çok kapsamlı ve görkemli çabanın matematiğe dayanan en önemli kolunun çok kısa bir özetini verecek ve şimdiye kadar cebirsel yöntemlerle yetinen biçimsel mantığın, gelecekte analiz (calculus) yöntemlerine başvurması gerektiğini belirterek, fuzzy logic üzerinde harmonik analiz yapmanın olanaklı olduğunu açıklayacağız.

İnsan doğaya egemen olmak ister

İnsanoğlu varoluşundan beri doğayı bilmek, doğaya egemen olmak istemiştir. Gök gürelemesi, şimşek çakması, ayın ya da güneşin tutulması, hastalıklar, afetler, vb doğa olayları kuşkusuz onu korkutmuştur. Öte yandan, yaşama içgüdüleri, insanı yaşamaya, doğadan korkusunu yenmeye zorlar. Korkuyu yenebilmenin tek yolunun, korkuyu yaratan doğa olayını bilmek ve ona egemen olmak olduğunu, insan, zamanla anlamıştır. Böylece, insanoğlu doğayla amansız bir savaşa girişmiştir.

Elbette korkunun yanında başka nedenler de vardır. İnsanoğlunun merakı, tutkusu, egemen olma isteği, beğenilme isteği, refah içinde yaşama isteği vb nedenler bilgi üretimini sağlayan başlıca etmenlerdir. İnsanın bu istekleri hiç azalmadan sürecektir. Öyleyse, insanın doğayla savaşı ve dolayısıyla bilgi üretimi de durmaksızın sürecektir.

Bir yandan, tek tek doğa olaylarını açıklama çabasına giren insanoğlu, öte yandan doğayı, evreni, varlığı toplu olarak açıklama gerekmesi içine girmiştir. *Felsefe*, evreni bir bütün olarak açıklamak, evrensel olguyu (fenomeni) anlatmak ister. Bunu yapabilmesi için şu sorulara yanıt arar:

- Evren niye vardır ?
- Evren niye böyledir?
- Varlık nedir, nasıl oluşmuştur?

Belli bir olayı ya da bir sınıf olayı gözlem, deney, usavurma vb yollarla inceleyen bir bilim dalının yöntemlerinden ve amacından çok farklı olarak, felsefe, onların üzerinde genel doğa yasasını arar.

Doğru –Yanlış

Bilgi üreten insanoğlu, doğal olarak, bilgi üretiminde güvenilir yöntemlere gerekseme duymuştur. Başka bir deyişle, onu doğru bilgiye götürecektir aracı da yaratmak zorunda kalmıştır. Bu araç şu iki soruya yanıt vermeliydi: *Doğru nedir? Yanlış nedir?* Bu araç mantık'tır. *Mantık*, düşünülen varlıktan ve içinde bulunulan çevre koşullarından bağımsız olarak, doğru düşünme yöntem(ler)ini konu edinir.

Deneysel Bilimin gücü

Bilimin sözlüklerdeki tanımları, bazı nüans farklılıklarıyla birbirlerine benzer: *“Bilimsel bilgi, doğa olaylarını açıklayan, geçerliliği ve kesinliği kanıtlanabilen düzenli bilgidir. Bilim ise, doğa olaylarının sınırlanmış bir bölümünü açıklayan bilimsel bilgiler topluluğu ya da bilimsel bilgi üretme sürecidir.”*

Dar anlamda bakarsak, insanla ve çevresiyle ilgili olan her olgu bir doğa olayıdır. Burada doğa olaylarını en genel kapsamıyla algılıyoruz. Yalnızca mikro ya da makro evrendeki fiziksel olguları değil, sosyolojik, psikolojik, ekonomik, kültürel vb bilgi alanlarının hepsi doğa olaylarıdır. İnsanoğlu, bu oluşumları bilmek için varoluşundan beri tükenmez bir tutkuyla ve sabırla çabalamaktadır. Dolayısıyla, bilimin asıl uğraşı alanı, bu anlamda, doğa olaylarıdır.

Doğa bilimcisi açısından, bilimsel bilginin *geçerliliği* her istenildiğinde tekrar tekrar kanıtlanabilir. Yüzyıllar boyunca süren bilimsel bilgi üretim süreci, kendi niteliğini, geleneklerini ve standartlarını koymuştur. Bilimsel çalışma hiç kimsenin tekelinde değildir, hiç kimsenin iznine bağlı değildir. Bilim herkese açıktır. İsteyen her kişi ya da kurum bilimsel çalışma yapabilir. Dil, din, ırk, ülke tanımaz. Her an herkes tarafından, üretilen bilginin geçerliliği ve kesinliği denetlenebilir. Bu denetim sürecinde, yanlış olduğu anlaşılan bilgiler elenir. Dolayısıyla, bilim, herhangi bir anda tekniğin verdiği en iyi olanaklarla gözlenebilen, denenebilen ya da mevcut bilgilere dayanan usavurma kurallarıyla geçerliliği kanıtlanabilen sistemli bilgilerden oluşur. Böyle oluşu, deneysel doğa bilimcisi açısından, bilimsel bilginin doğruluğunu ve evrenselliğini sağlar.

Ama felsefe, mantık ve hatta matematik açısından bilginin doğruluğu ve evrenselliği bu denli basit değildir.

Bilimsel bilgi üretme yolları

Bilgi üretimine yarayan yöntemleri, başlangıçta ikiye ayırmak mümkündür: tümevarım ve tümdengelim. *Tümevarım*, tikel önermelerden tümel önerme oluşturma yordamıdır. *Tümevarım* gözlem ve deney ile bir doğa olayının genel kuralını kurmaya çalışır. Bazı doğa olayları insanlık tarihi boyunca gözlemlendiği ve her seferinde aynen tekrarlandığı için tartışmasız tümel önermeler olarak kabul edilir. Bazı doğa olayları yeterince gözlenmiş ve hep aynı sonucu vermiştir. Bazı doğa olayları, ancak laboratuvar ortamında defalarca denenmiş ve varılan sonuç genel kural kabul edilmiştir. *Tümdengelim* ise, tümel (genel) bir önermeden tikel (özel) önerme çıkarma eylemidir. Bazı düşünürler, bilimsel bilgi üretmenin tek aracının tümevarım olduğunu, tümdengelim yönteminin bilimde yeri olmadığını düşünürler. [*Francis Bacon (1561-1626)* , *Réne Descartes (1596-1650)*]. Bazıları ise, bunun tam tersini savunurlar.

Mantık tarihine kısa bir bakış

Tümel bir önermeden tikel önerme çıkarılışını sağlayan yordama *usavurma* diyoruz. *Mantık (usabilim-lojik)* usavurma kurallarını konu edinir. Başka bir deyişle, *mantık* tümdengelim yöntemlerini inceler. Değişik kaynaklarda bazı nüans farklılıklarıyla, usavurmaya *akıl yürütme*, *tasım (kıyas)*, *dedüksiyon*, *çıkartım*, vb adlar verilir.

Antikçağ

MÖ 8.yy dan başlayıp MS 5.yy da sona eren zaman dilimi içinde eski Yunan ve Roma kültürlerini içine alan felsefeye *antikçağ felsefesi* denilir. Buna eski Yunan felsefesi de denilir. Bu dönemde uzakdoğu, Hint, Mısır, Sümer, Akad, Babil, Asur, Hitit, Fenike, İsrail, Pers, Kartaca vb birçok kültürler daha vardır. Bunları da içine alan felsefeye *İlkçağ felsefesi* denilir.

Hemen her olguda olduğu gibi, doğru düşünme kurallarının ortaya çıkması da tarih içinde bir gelişim, bir evrim geçirmiştir. Buna bir başlangıç noktası seçilemez. Üstelik felsefe ile

mantığın ayrıldığı tarih çizgisi belirlenemez. Ancak, antik çağdan günümüze gelen kalıtlarda mantık ile uğraştığı bilinen bazı önemli adlar şunlardır.

Parmenides (M.Ö.500) : Varlık (evren) mutlakdır, onun ne eksigi, ne isteği, ne hareketi ne de değişimi vardır.

Zenon (M.Ö.500): Fenike asıllıdır. İradeyi tanrılaştıran stoacı okulun kurucusudur. Abese indirgeme ve kanıtlama yönteminin bulucusu, diyalektik ve sofistğin babası sayılır.

Socrates (M.Ö.470-399): Tümevarım yönteminin kurucusudur. Devletin tanrılarına inanmamak, başka tanrılar kabul etmek ve gençliği bozmakla suçlu tutularak baldıran zehiri içmeye mahküm edildi. Sofistlere, metafiziğe, tabiat bilimine ve matematiğe karşıdır. Dersleri *üstün ahlakı* yaymaya yöneliktir. Bu nedenle *etik (en yüksek iyi)* 'in kurucusu sayılır. Geriye hiç bir yazı bırakmamıştır. İnce zekası, siyasi paradoksları, mükemmel hitabet sanatı, ölümüne kahramanca gidişi belki onu hakettiğinden üstün bir yere oturttu.

Platon (M.Ö.428-348): Atina'daki ünlü Akademia yüzyıllar boyunca onun adıyla anıldı. Kendisinden önceki felsefecilerin öğretileri yanında Öklid'in ve Pisagorcuların matematik düşüncelerinden etkilendi. Platon'un felsefesi geometri gibidir. Doğru, daire, üçgen, vb geometrik şekiller evrende vardır, var olmaya devam edeceklerdir. Onların varlığı, onları bize aksettiren maddeden bağımsızdır. Madde değişse bile, onların nitelikleri değişmez. Geometri aksiyomlar üzerinde kurulur, yasaları usavurmayla çıkarılır. Geometride yasaları elde etmek için başka bir yöntem gerekseme yoktur. Platon felsefesinde geometrideki aksiyomların yerine geçen ideler vardır. İdeler gelip geçen şeylerin değişmez şekilleridir, öncesiz ve sonrasızdırlar. Asıl olan ide'nin bilimidir. Bu bilimin kullandığı yöntem *diyalektik* adını alacaktır. Maddeye etki yapan ide doğayı yaratır. *Physike* adını alan bu bilim ikinci derecededir, hatta bilim sayılmaya bile değmez. Doğa sonunda en yüksek iyiye (etik) gidecektir.

Aristotles (M.Ö.384-322): Mantık biliminin doğması ve gelişmesinde en etkili olan addır. Kendi zamanına kadar ortaya çıkan usavurma kurallarını Aristotles sistemleştirdi. *Organon (alet)* adlı yapıtında 14 syllogism (usavurma kuralı) verdi. Bu kurallar bu günkü biçimsel mantığın temelidir. Bu kurallar, 2000 yılı aşkın bir zaman

dilimi içinde insanoğlunun düşünme ve doğruyu bulma eylemini etkisi altında tutmuştur.

Ortaçağ

Hristiyanlık en başından antik çağ felsefesine karşı oldu, onu düşman saydı. Zaten başka türlü de olamazdı. Antik çağ felsefesinin yarattığı *tanrılar* veya *tek ve mutlak tanrı* varlıktan ayrı değildi, varlığın kendisiydi. Başka bir deyişle, antik çağ felsefesinde *doğa-tanrı* vardır. Bireysel varlıklar mekanda onun parçaları, zamanda anlarıdır. '*Yoktan hiç bir şey varolmaz*' kuralı antik çağ felsefenin temelidir.

Hristiyanlık ise '*evreni yoktan yaratan*' tanrı kavramını getiriyordu. Yalnız oğul (İsa) ve kutsal ruh tanrıdan çıkmıştır. Öyleyse, onlar da gerçek tanrıdır. Yoktan yaratılanlar ile yaratan arasında mutlak ayrılık vardır. Tanrı gerçek ve hayat olan oğulda kendisini göstermiştir. Mutlak gerçeğe sahip olduğuna göre, Hristiyan'ın gerçeği aramasına gerek yoktur. Eğer gerçeği arıyorsa, sahip olduğu gerçekten (oğul) şüphe ediyor demektir. Bu da İsa'yı inkar etmesi anlamına gelir.

Ne var ki, çöken hellenizmin bıraktığı miras felsefede izini belli ediyordu. Kilise, red ettiği antik çağ felsefesinin karşısına bir felsefe koymak zorundaydı. Bu durum hristiyanlık üzerinde verimli bir baskı yarattı. Platon, Aristotles ve stoacıların doktrinleri hristiyan öğretisine uyarlandı. Hristiyanlık inancı (imanı) bir doktrin (dogma) halinde kuruldu, sistemleşti. Hristiyan doğmatığının kurucusu İskenderiye hristiyan okulunun kurucusu Origenes (MS 220) dir.

İskenderiyeli Saccas (MS 300) Aristotles'in eserlerini yorumlayarak ortaçağa taşıdı. Din devletini kurmak isteyen Hristiyan Kilisesi Aristotles Mantığını iyice benimsedi. Ortaçağda, Hristiyan din adamları, Aristotles'in 14 syllogism'ine 5 tane daha eklediler. Ortaya çıkan 19 kural, Hristiyan Kilisesi öğretisinin (skolastik öğreti) temeli oldu. Bu öğretilerde, evrime (değişim - zaman) yer yoktur; gerekse de yoktur. Aristotles'in tümelden tikele giden usavurma kuralları, Hristiyan din devletinin yapısına kolayca uyarlandı. Din devletinin yetkileri Tanrı'nın yetkileri sayıldı. Bu tümel bir gerçek (mutlak gerçek) olarak kabul edildi. Bu gerçek asla sorgulanamazdı.

Ortaçağda yeryüzünde biricik olan islam hoşgörüsü, müslüman olan ya da olmayan birçok bilginin islam şemsiyesi altında toplanmasına neden oldu. Ortaçağların sonlarına doğru

Organon Arapça'ya çevrildi. *El Kindi(805-873)*, *El-Farabi(873-950)*, *İbni Sina(980-1037)*, *İbni Rüşd(1126-1198)* islam uygarlığının mantıkla da uğraşan düşünürleridir. Matematik, astronomi, tıp ve felsefede ileri adımlar atıldı. Bağdat, Mısır, Buhara, Kufe, Kurtuba, Gırnata, Toledo, Sevilla, Valencia vb yerlerde bilime kaynak olacak okullar açıldı. Bu okullar batının felsefi uyanışına çok yardım etmiştir. Hristiyan dünyasında düşünce üretimi durmuşken, islam dünyasındaki bu gelişme sürdürülebilseydi, belki tarihin akışı değişecekti. Ne var ki, akıl ve mantığın imana ters düşemeyeceğini savunan İmam Gazali, bir bakıma hristiyan din devleti öğretilerine benzer düşünceyi savunarak, diğer islam bilginlerine karşı çıktı. Ne yazık ki, Osmanlı'da ve islam dünyasında İmam Gazali'nin düşünceleri zamanla egemen oldu ve islam dünyasında düşünce üretimi sınırlandı [12].

Yeniçağ

İnsanın, düşüncenin sınırlanmasına başkaldırısı aniden olmadı. Buna bir başlangıç bile konulamaz. Hristiyan dogmasına karşı tohumlar, kilisenin en güçlü olduğu dönemlerde, hatta hristiyanlığın gelişme döneminde atılmıştır. Zamanla yeşeren bu tohumlar yenedendoğuşu (rönesas) yarattı. Bir çok bilginin, kaşifin, düşünürün bitmez çabalarıyla yeni fikirler oluştu. 1547 yılında Alman Papazı Martin Luther (1483-1576) Wüttemberg kilisesinin kapısına astığı ünlü protestosu ile katolik kilisesine karşı çıktı. Bu bir başlangıç değil, sondur!.. Bu sonun gelişi engizisyon mahkemeleriyle, savaşlarla, acılarla, insana yapılan eziyetlerle epeyce uzun sürmüştür. Sonunda batı avrupada ortaçağ karanlığı yırtılmıştır. Yenedendoğuş (rönesas), her alanda olduğu gibi felsefe ve mantıkta da yeni gelişmelere neden oldu. Akıl dinden ayrıldı, özgürce düşünmeye başladı. Bilgilerini yenileyen insan, bütün dogmalardan kuşkulandırmaya başladı. Yenedendoğuş felsefesi bir dinsel akım gibi görünse de, onun temel niteliği insancı (hümanist) olmaktır. *Jordano Bruno (1548-1600)*, *Francis Bacon (1561-1626)*, *Réne Descartes (1596-1650)* cesaretle bilimde yenilik gösteren sistemleri koydular.

Bruno bilimin yenileşmesinde başı çekti. Kilise dogmasına karşı görüşlerinden dolayı Roma'da yakılarak öldürüldü. Yakılacağı sırada, kendisine ölüm kararını bildiren engizisyon yargıcına söylediği şu söz insan aklının zulme meydan okuyuşudur: „*Ölümümü bildirirken, sen benden daha çok korkuyorsun!..*“

Bacon, tümdengelime karşı çıktı. Bilimsel bilginin ancak tümevarımla üretilebileceğini savundu. Her şeyin tam bir listesini çıkarıp aralarında karşılaştırma yapmayı önerdi. Ama böyle bir listeyi çıkarmak mümkün değildi.

Bilimsel bilgi üretiminde, en önemli yöntemi Descartes önerdi: ‘Herşeyden şüphelen, çözümlerle, birleştir, say-ölç, bütün-parça ilişkisini kur’ diye özetlenebilecek bu yöntemin bilimsel yöntemlere büyük etkisi oldu.

Ancak, bunların biçimsel mantığa bir etkisi yoktu. Hatta, biçimsel mantık yenedoğuşun başlarında bir bilgi üretme yöntemi olarak kabul görmemeye başladı. Kilisenin temel baskı aracı olduğu gerekçesiyle, Martin Luther, Aristotles’in adını bile duymak istemiyordu. Tabii, zamanla Aristotles’in usavurma yöntemlerinin, yabana atılmayacağı ve kilisenin onu kullanmış olmasında biçimsel mantığın bir günahının olmadığı anlaşılıştır.

Bundan sonraki dönemlerde, biçimsel mantıkta matematiksel yöntemler ağır basmaya başlayacaktır.

Matematiksel Mantık

Blaise Pascal(1623-1662): Bir para atıldığında, ya yazı ya tura gelir. Herkesin gördüğü, bildiği bu apaçık gerçeği, Pascal, matematik diliyle ifade etti: “Yazı gelme olasılığı $\frac{1}{2}$, tura gelme olasılığı da $\frac{1}{2}$ dir. Bu iki olasılığın toplamı $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ eder.” Matematik diliyle söylenen bu apaçık gerçek, olasılık kuramı (probability theory) adlı bilim dalının doğmasını sağladı. Bu bilim dalının, biçimsel mantıkla halâ süren yakını ilişkisi o günlerde hiç sezilmiyordu; çünkü biçimsel mantığa matematiksel yöntemler henüz karışmamıştı.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716): Usavurma sürecini konuşulan dilden bağımsız kılarak ona matematiksel bir yapı kazandırmaya çalışan ilk kişi Alman matematikçisi Leibniz’dir. Yazık ki Leibniz’in yaptığı işin önemi ölümünden iki yüzyıl sonra anlaşılabilmiştir. *Dissertatio de Arte Combinatoria, 1666*, adlı eserinde sembolik bir dil yaratmayı düşündü. Evrensel tam notasyon sistemi diyebileceğimiz bu dilde, her kavram en küçük bileşenlerine kadar ayrıştırılabilecektir. Ayrışan bu bileşenler her kavrama temel olacak bilgilerdir. *Lingua characteristica universalis, Calculus ratiocinator (Akıl yürütmenin hesabı)* adlı projeleri teorik bazda bile gerçekleşemedi. Logic konulu olan ve yaşarken yayınlanmamış makalelerinin önemi, daha sonraki dönemlerde anlaşılacaktır.

Immanuel Kant (1724-1804) , mantığın tamamen işlenmiş, bitirilmiş, sona erdirilmiş bir doktrin olduğunu 1794 yılında ifade etmiştir. Ama Kant yanılıyordu. Mantığın görkemli dönüşü henüz başlayacaktı.

George Boole (1815-1864): İngiliz matematikçisi Boole, Leibniz'in başladığı işin önemini kavrayan ilk kişi sayılır. Konuyu yeniden ele alarak bugünkü iki-değerli mantığın yapısını tamamen matematiksel temellere oturtmuş ve klasik mantığın dile bağımlı zayıf yanını yokeden simgesel mantığı yaratmıştır. *Buna Boole mantığı, Boole cebiri, matematiksel mantık, simgesel mantık*, vb adlar verilmektedir. Boole mantığında bu gün kullandığımız simgeleri yaratan kişi Ernst Schröder (1841-1902)'dir. Simgesel mantığın üstünlüğü şudur: Akıl yürütmede kullanılan kavramları sözcüklerden, nesnelere, duylardan arındırmakta, onları soyut simgelerle temsil etmekte ve o simgeler arasında matematiksel işlemler kullanarak *akıl yürütme sürecini* kesin sonuca ulaştırmaktadır. Kullandığı cebirsel yapı, mantığın istediği sağlamlığı sağlamaktadır.

Predicate calculus

Simgesel mantığın birisi ötekine kenetlenmiş iki ayrı dalı vardır: Önermeler mantığı ve predicate calculus. Birincisi, önermeleri tek tek ele alır ve onların doğru ya da yanlış olduklarını belirler. İkincisi ise, bir küme üzerinde tanımlı önerme fonksiyonlarını ele alır. Predicate terimi, matematik dilindeki fonksiyon'dan başka bir şey değildir.

Belirsizlik (uncertainty)

Matematiksel (simgesel) mantığın sağlam ve soyut cebirsel bir yapı olarak ortaya konması, klâsik (sözel) mantıkta ancak 2000 yıl sonra yapılabilen çok büyük bir aşamadır. Ama, Boole mantığı da klâsik mantığın ortaya koyduğu iki-değerliliği korumaktadır. İki-değerli mantıkta belirsizlik olamaz. Orada bir önerme ya *doğru* ya da *yanlış*'tir. Oysa, gerçek yaşamda önermeler biraz doğru, biraz yanlış olabilir. Daha ötesi, gözlemlere dayalı önermeler belli bir olasılık katsayısına bağlıdır ([2],[4],[6],[8]).

İki-değerli mantıktan çok-değerli mantığa geçiş

İki-değerli matematiksel mantık, 20.yy biliminin ve teknolojisinin temelidir. Hiçbir matematikçi, onun sağlamlığından, öneminden, heybetinden kuşulanamaz. Ama doğa olaylarıyla ilgilenen bilim adamları, bazı doğa olaylarını açıklamak için iki-değerli mantığın yetmediğini çaresizlik içinde görüyorlardı. İki-değerli mantığın istediği kesinliğin

elde edilemediği yerlerde, doğa bilimciler olasılık kuramına başvurmaya başladılar. Bu arada, bazı mantıkçılar üç-değerli mantık(lar) kurmaya çalıştılar. İki-değerli mantığın aldığı *doğru* ve yanlış değerler yanına *belirsiz* ya da *nötr* adını verdikleri üçüncü bir değer kattılar. Lukasiewicz, Bochvar, Kleene, Heyting, Reichenbach gibi mantıkçılar birbirlerinden farklı üç-değerli mantık sistemleri oluşturdular. Bunların her biri kendi içinde tutarlı olmakla birlikte, simgesel mantığın kullandığı $\neg, \Rightarrow, \wedge, \vee, \Leftrightarrow$ işlemler arasında tanım farklılıkları yarattılar. Dolayısıyla, hiç biri mantığın evrensel kuralları olarak düşünülemez.

Bu arada, Jan Lukasiewicz (1878-1956) üç-değerli mantığın da yetmediğini gördü ve 1930 lu yıllarda ($L_2, L_3, \dots, L_\infty$) mantık dizisini kurdu. Bunlardan ilki olan L_2 iki-değerli mantıktır. Diğerleri artarak sonsuz-değerli L_∞ mantığına kadar uzanır.

L_∞ mantığının değerleri $[0,1]$ aralığındaki rasyonel sayıdır. Bu düşünce, elbette çok önemlidir ve sonsuz değerli mantığa yürüyüşün kaçınılmazlığını ortaya koymaktadır.

Heisenberg Belirsizlik İlkesi

Werner Karl Heisenberg(1901-1976), yirmimci yüzyıl fiziğinin büyük adlarından birisidir. Bu yüzyılın en önemli buluşlarından birisi olan kuantum mekaniğinde, atom çekirdeğinin yapısını belirlemek için, içindeki küçük parçacıkların hareketlerinin belirlenmesi gerekiyordu. Ancak, kesin ölçümler yapılamadığı için, hareketli parçacıkların yörüngeleri ancak olasılık hesabıyla verilebildi. Heisenberg Belirsizlik İlkesi diye adlandırılan bu yöntem, atom çekirdeğinin yapısı hakkında çok şey söylemektedir. Ama, Albert Einstein (1879-1951) “*Tanrı, doğa için zar atmaz!*” diyerek doğa olaylarının olasılık yöntemleriyle açıklanmasına karşı çıkmıştır. Elbette, matematikçiler ve fizikçiler, belirsizlikten sakınmak isterler ve daima kesinliğin peşinde koşarlar ([3],[6],[8],[11],[15],[20]).

Hartley İnfomasyon Formülü

Hartley (1928), öge sayısı n olan bir X kümesinden s defada seçilebilecek dizilerin sayısından hareketle, $I(n^s) = \text{slog}_2 n$ formülünü çıkarmıştır. Bu formül, bir yandan elektronik bilgi aktarımında maksimum sığayı verdiği için; öte yandan da bir belirtisiz infomasyonun (buna bulanık önerme diyelim) alabileceği değerleri veren sayısal bir formül olduğu için önem taşır ([1], [4], [5], [7], [11]).

Shannon Entropisi

Claude Elwood Shannon (1916-2001) sonlu bir X kümesi üzerindeki belirsizliğin ya da bulanık informasyonun başka bir ölçüsü olan entropiyi aşağıdaki olasılık dağılımı ile vermiştir (1948).

$$H(p(x) | x \in X) = -\sum p(x) \log_2 p(x)$$

Boltzman Entropisi

Sonlu kümeden sonsuz bir X kümesine geçildiğinde, Shannon formülü aşağıdaki şekle dönüşür ve Boltzman entropisi adını alır. Bu formül, belirsizliğin ya da belirsiz informasyonun (bulanık önermenin) değerini gerçel sayılara genişletmektedir.

$$H(q(x) | x \in X) = -\int q(x) \log_2 q(x) dx$$

Problem Çözen Makina

Bilimin her dalında olduğu gibi, 20.yy ikinci ve üçüncü çeyreğinde mantıkta ve matematikte başdöndürücü gelişmeler oldu. Leibniz'in hayalini gerçekleştirecek bir makine olabilir mi? Başka bir deyişle, her problemi çözen bir algoritma yaratılabilir mi? Aristoteles'den sonra en büyük mantıkçı sayılan Kurt Gödel (1906-1978) 'in eksiklik (tamamlanamazlık - incompleteness) ilkesi, bunun yapılamayacağını ortaya koydu.

Recursive fonksiyonlar kuramı, sonlu sayıda kombinatorik işlemlerle hesaplanabilen fonksiyonları konu edinir. Bunlara mekanik çözülebilir fonksiyonlar da denilir. Gödel, Herbrandt, Turing, Church ve Post tarafından 1930 lu yıllarda yapılan çalışmalar bu alanda önemli gelişmeler sağladı. Bazı problem sınıflarının mekanik çözülebilirliği, bazı problem sınıflarının da çözülemezliği ispatlandı.

Bu yönde yapılan çok önemli bulgulardan birisi de şudur: 1970 yılında, Diophant denklemleri'ni çözecek bir algoritmanın olmadığı ispatlandı. Bu sonuç, 1900 yılındaki Matematik Kongresinde *Hilbert*'in sunduğu ünlü 10.Problem'in çözümsüzlüğünü ortaya koymuştur.

David Hilbert (1862-1943) sembolik logic yardımıyla soyut ve sonsuz varlıkları konu edinirken sağlam bir zemin aradı. Bu nedenle aksiyomatik yaklaşımı seçti ve mantıkta

engin bir ufuk açtı. Öte yandan Brouwer bu yaklaşıma karşı çıkıyor ve sezgisel mantığa (intuitionism) dayanmayı yeğliyordu.

Düşünen Makina

1970 yılında Alan Colmerauer PROLOG (PROgramming LOGic) adını verdiği bir bilgisayar dili yarattı. Bu dil, daha önceki bilgisayar dillerinden tamamiyle farklı idi. PROLOG mantık kurallarını kullanarak (çözülebilir) problemleri usavurma yöntemiyle çözecekti. Bu dilin önemi başlangıçta anlaşılamadı. Belki de, kapsamlı problemlerin çözümünde PROLOG'un gerekseme duyduğu büyük ana bellek yokluğu (RAM), onun pratiğe geçişini geciktirdi.

Son yıllarda, PROLOG türü programlamanın geleceğin dili olduğunu savunanlar çoğalmıştır. Bir çok üniversitede mantık ve yapay us (logic and artificial intelligence) konusunda yoğun çalışmalar başlamıştır.

Mantıksal programlama kavramı 1974 yılında Kowalski tarafından önerilmiştir. Uzun zaman hiç bir ses getirmeyen bu öneriden 20 yıl sonra binlerce makale yayımlanmıştır. O alana özgü bilimsel dergiler çıkmaya başlamıştır. Üniversiteler ve hatta devletler araştırma projeleri başlatmışlardır. Bu gelişmeye PROLOG dilinin etkisi büyüktür. 80'li yıllarda alternatif programlama dilleri üzerinde başlayan sağanak halindeki araştırmalar sonunda görüldü ki, aranan seçenek zaten orta yerde duruyor: PROLOG. Ondan sonra, logic programlama konusunda ciddi araştırmalar başladı ve önemli gelişmeler katedildi. Tabii, PROLOG yanında, başka mantıksal programlama dilleri de yaratılmıştır.

Boole ile matematiksel açıdan tamamen ortaya serildiği varsayılan logic'te gelişmeler hiç durmadı. Sezgisel logic, klasik logic, sequent calculi, linear logic, modal logic, monoton logic, temporal logic, aksiyomatic logic, first order logic, vb adlarla anılan , ortak ve farklı yanları olan değişik logic sistemler yaratılmıştır ve üzerlerinde aktif çalışmalar yapılmaktadır. Mantık ve yapay us matematiğin aktif dallarından birisi haline gelmiştir.

Bu gün mantıksal programlama diye bilinen bilgisayar dil(ler)inin ortaya çıkmasında Colmerauer, Warren ve Kowalski'nin çalışmaları önemli rol oynamıştır. Çoğu problemin çözümünde, uygun logic terimler kullanılarak bir algoritma kurulabileceği ortaya konulmuştur. Kowalski'nin deyimiyle

$$\textit{Algoritma} = \textit{logic} + \textit{kontrol}$$

formülü bir çok problem için geçerlidir. Bütün sorun, bu algoritmayı kurmaktadır. Ondan sonrasını bilgisayar yapacaktır. Peki, ama burada kullanacağımız *logic* hangisidir? Düşünen makina için yeni bir *logic* mi gerekecektir? ([6], [19], [20]).

Fuzzy Mantığı

Doğa olaylarını açıklamak için kullandığımız matematiksel yöntemlerin ve modellerin yararı, gücü ve heybeti tartışılmaz. Ancak, matematiğin kesin deterministik niteliğinin uygulamada gerçeğe çoğunlukla uymaması, yüzyıllar boyunca bilim adamlarını ve düşünürleri uğraştırmıştır. Matematiksel temsiller, evrenin karmaşıklığı ve sınırsızlığı karşısında daima yetersiz ve çok yapay kalmaktadır. Bu nedenle, doğa olaylarını açıklarken, çoğunlukla, kesinliği (exactness - certainty) değil, belirsizliği (vagueness - uncertainty) kullanırız.

Kesinlik (certainty), modellenen doğa olayının matematiksel yapısının ve parametrelerinin iyi bilindiğini varsayar. Matematiksel bir modelde doğru-yanlış, evet-hayır, iyi-kötü, ak-kara, vb ikilemleri (dichotomy) açıklamak mümkündür.

Ama evreni ya da onun bir parçasını hangi matematik modelle temsil etmeye muktediriz ?

Doğal diller, doğa olaylarını açıklamakta çoğunlukla iki-değerli mantığa dayalı matematiksel modellerden daha etkilidir. Örneğin, “*bu gün hava güzeldir – değildir*” ikilemi, hemen her konuşma dilinde kavurucu çöl sıcağından başlayıp, dondurucu kutup soğuğuna kadar varan derecelendirmeyi anlatabilir. “*Bu gün hava güzeldir*” deyimini tatilini bir yaz günü plajda” geçiren kişi için başka, bir bir kış günü kayak merkezinde geçiren kişi için başkadır. Yer ve zamana bağlı olarak farklı anlamlara sahip olan bu deyim, hemen hemen her söylenişinde istenen anlamı verir. İki-değerli mantığın kesinliğine sahip olmayan doğal dil, bir doğa olayını ondan daha iyi anlatabilmektedir.

Bu olgu, mantığı ve matematiği yeni arayışlara itmektedir. Fuzzy Kümeleri ve onun doğal yoldaşı olan Fuzzy Mantığı bu arayışlardan birisidir.

Geleneksel matematikteki kesinlik (certainty) deyimini yerine, Fuzzy mantığında belirsizlik (vagueness-uncertainty-imprecision) deyiminin konulması, belki doğal bir talihsizliktir. Gerçekte Fuzzy Kümelerinde belirsiz (fuzzy-bulanık) olan hiç bir şey yoktur. O, belirsizliği, bulanıklığı inceleme peşindedir.

Kısa zamanda hızlı bir gelişim gösteren Fuzzy Kuramının gelecekte nelere muktedir olacağını bilmiyoruz. Evreni açıklamakta yeterli bir araç olduğunu ummak hayal kırıklığı

yaratabilir. Ama o yönde atılmış yeni bir adım olduğunu söylemek yanlış olmayacaktır ([2], [10], [21]).

Fuzzy Mantığı Üzerinde Harmonik Analiz

Cebirsel yapılar ve o yapılardaki işlemler bize iki-değerli mantığın istediği sağlamlığı ve kesinliği vermektedir. Ama, doğa olaylarını açıklamak için daima matematik analizi kullandık. İki-değerli mantığa dayalı düşünce sistemimize göre belirsizlik doğduğunda, onu aşmak için başvurduğumuz olasılık yöntemleri aslında matematik analize dayalıdır. Dolayısıyla, soruna doğrudan yaklaşıp, mantığa matematiksel analiz yöntemlerini katmak, matematiksel mantıkta yeni ve belki de zorunlu bir aşamadır.

Verilen bir önermeler kümesinden hareketle o kümeyi bir topolojik gruba genişletip, onun üzerinde harmonik analiz yapmak mümkün olmaktadır. Harmonik analiz, matematiğin en güçlü aletlerinden birisidir([9], [16], [18]). Bu aleti kullanarak, iki-değerli mantıkta bulanık görünen bir önermeyi, bir Hilbert uzayında sonsuz bileşenleri yardımıyla ifade etmek mümkün olmaktadır. Cebir, Fonksiyonel Analiz ve Topoloji'nin ileri yöntemlerini kullanan bu yöntemi açıklamak, bu yazının kapsamı içine giremez ([13], [14]).

KAYNAKLAR

- [1] Aczel, J – Daroczy, Z. (1975), *On Measures of Information and Their Characterizations*, New York, Academic Press.
- [2] Albert, P. (1978), “The Algebra of fuzzy Logic.” *Fuzzy Sets and Systems*, 1, pp.203-230.
- [3] Alsina, C. – Trillas, E. – Valverde, L. (1983), “On Some Logical connectives for Fuzzy set theory.” *J. Of Math. Analysis and Applications*, 93, pp. 15-26.
- [4] Ash, R.B. (1965), *Information Theory*, New York, Interscience.
- [5] Ashby, W.R. (1965), “Measuring the internal informational exchange in a system.” *Cybernetica*, 1, pp. 5-22.
- [6] Baldwin, J.F. (1979), “A model of fuzzy reasoning through multi-valued logic and set theory.” *Intern. J. Of Man-Machine Studies*, 11, pp.351-380.
- [7] Campbell, J. (1982), *Grammatical Man: Information, Entropy, Language, and Life*, New York, Simon and Schuster.
- [8] Gougen, J.A. (1968), “The logic of inexact concepts.” *Synthese*, 19, pp.325-373.
- [9] Hewitt, E - Ross, K.A. (1970), *Abstract Harmonic Analysis I-II*, Berlin, Springer-Verlag.
- [10] Höhle, U.- Stout, L.N. (1991), “Foundations of fuzzy sets.” *Fuzzy Sets and Systems*, 40, pp. 57-296.
- [11] Jelinek, F. (1968), *Probabilistic Information Theory: Discrete and Memoryless Models*, New York, McGraw-Hill.
- [12] Karaçay-Çoker-Özer-Bilge-Akıncı-Azcan (1998), *Mantık*, Eskişehir, Anadolu Üniversitesi Yayınları, No:942.
- [13] Karaçay, T. (1997a), “Fourier Analysis On Fuzzy Sets (Part One).” *BUSEFAL-Bulletin for Studies and Exchanges on Fuzziness and its Applications*, N.70, Toulouse – France.

- [14] Karaçay, T. (1997b), “Fourier Analysis On Fuzzy Sets (Part Two).” *BUSEFAL-Bulletin for Studies and Exchanges on Fuzziness and its Application*, N.71, Toulouse – France.
- [15] Katz, A. (1967), *Principles of Statistical Mechanics: The Information Theory Approach*, San Francisco, W.H.Freeman.
- [16] Loomis, L.H. (1953), *An Introduction to Abstract Harmonic Analysis*, New York, Van Nostrand.
- [17] Pryce, J.D. (1973), *Basic Methods of Linear Functional Analysis*, London, Hutchinson & Co. Ltd.
- [18] Rudin, W. (1962), *Fourier Analysis on Group*, New York, Interscience.
- [19] Whalen, T. – B. Schott (1985), “Alternative logics for approximate reasoning in expert systems: a comparative study.” *Intern.J. of Man-Machine Studies*, 22, pp. 327-346.
- [20] Yager, R.R. (1980), “Aspects of possibilistic uncertainty.” *Intern. J. Of Man-Machine Studies*, 12, pp.283-298.
- [21] Zadeh, L.A. (1965), “Fuzzy Sets.” *Information and Control*, 8, pp.338-353.