Matematikçiler Derneği Matematik Etkinlikleri - 2004
Çağrılı Konuşma, 05-07 Mayıs 2004, Milli Kütüphane, Ankara

Bilim Tarihi, Felsefesi ve Sosyolojisi II.Ulusal Sempozyumu , Assos, Haziran 2004.

20.yy'da Matematiğin Temellerini Sarsan Düşünceler[1]

Merhaba! Hepinize hoş geldiniz diyor ve bu güzel bahar gününde *'matematik'* dinleme cesaretini gösterdiğiniz için sizleri kutluyorum.

Matematik-2001 etkinliklerinde matematiğin onca güzelliklerini, gücünü anlatmaya çalışmıştım. Matematik-2004 etkinliklerinde, aynı sözleri yinelemek yerine, 20.yy'da matematiğin temellerini derinden sarsan düşünceleri konu edinmek istiyorum. Umarım, söyleyeceklerim, ona olan güvenimizi sarsmayacak; yalnızca insan aklının yarattığı görkemli bir tiyatroyu seyretmemizi sağlayacaktır[2].

20.yy başlarında bizler, sokaktaki adamlar, bilim adamları matematiğin sağlam yapısından asla kuşkulanmadan rahat yaşantımızı sürdürürken, o görkemli yapının temellerine sular inmeye başladı.

Şimdi, bunun öyküsünü kısaca özetlemeye çalışacağım. 'Kısaca' diyorum, çünkü geçen yüzyılda matematikteki her gelişim başlıbaşına bir okuldur. Bu okulları üç ana gruba ayırırsak çok kısıtlayıcı olmayız:

---

[1]Matematik Dünyası, 13 (2), pp. 57-63, 2004.

[2]Konuşmama geçmeden önce, bir şeyi açıklamam gerekiyor. Bu konuşmayı hazırlamaya haftalar önce başladım. Günlerce, kafamda kurgusunu yaptım. Sonra yazmaya başladım. Bir konuda yazarken, böyle yapmayı alışkanlık edinmişim. Kurguyu yaparken, açılışa gelecek ve çoğunluğu matematikçi olmayabilecek dinleyicileri sıkmamak için, ağır matematiksel düşünceleri hafifleterek, biraz da gülmece havasına sokarak anlatmayı düşündüm. Harika bir iş yapmanın heyecanını yaşarken Matematik Dünyası'nın 4 numaralı 2003 *(2004 olmalı)* Kış sayısı elime geçti. Ali Nesin bu işi benim asla yapamayacağım güzellikte ve sabırla yapmış. Elimde olsa, bu konuşmayı ona yaptırarak cezalandırmak isterdim. Bu arada, Ali Nesin'i ve dergi ekibini kutlarken, bir matematik dergisini bu denli ilginç kılan tılsımı bilebilmeyi çok istediğimi belirtmeliyim.

1. Usbilimsellik (logicism - Russell okulu)
2. Sezgisellik (intuitionism - Brouwer okulu)
3. Biçimsellik (formalism - Hilbert okulu)

Bu okullar arasında büyük tartışmalar oldu. Tartışmalar büyük düşünceler doğurdu. Ama bütün bu tartışmalardan önce ya da sonra, sanırım, kimse *"Neden matematik?"* sorusunu sormadı. Onun yadsınamaz varlığı, gerekliliği ve gücü asla kuşku uyandırmadı. O, doğal olarak insanoğlunun yaşantısına girmiştir. O dildir, sanattır, bilimdir. O, bu gün içinde yaşadığımız bilimi, tekniği, teknolojiyi yaratmıştır. Uygarlıklarımızın temelinde o vardır. İnsanlığın refahı ve mutluluğu için ortaya konan her çaba içinde o varolmuştur, varolmayı sürdürecektir.

Bilim onu sağlam ve güvenilir bir araç olarak görmüştür. O kadar ki, çoğunlukla, bir bulguya, bir kurala *"bilimseldir"* nitelemesini vermek için, onun matematik diliyle söylenmiş olması gerekli ve yeterli sayılmıştır. Onun ortaya koyduğu kurallardan (teoremler) hiç kimsenin şüphesi yoktur. Ona verdiğimiz güzel nitelemelerin hepsini fazlasıyla hak etmiştir. O, kuşkusuz, insan aklının yarattığı en yüce, en değerli yapıttır.

Neden öyledir? Buna verilen yanıtlar farklıdır. Çoğumuzun benimsediği yanıt şudur: Matematik tümdengelimli (deductive) dir. Usbilimsel çıkarım (inference) kurallarını kullanır. Kullandığımız usbilim (mantık, logic) doğru önermelerden yanlış önermeler çıkarmaz. İki bin yıl önce doğru bir önermeden yola çıkmış isek, iki bin yıl sonra ulaşacağımız yeni önerme de doğrudur. İki bin yıl önce ortaya konmuş olsa bile, matematiksel çıkarımlar bu günküler kadar taptazedir. İki bin yıl sonrakiler de öyle olacaktır.

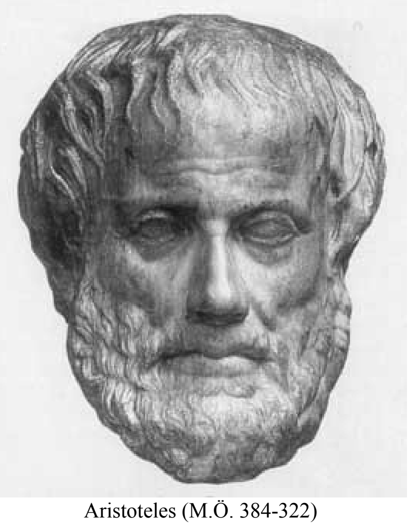
Bu görüş, bütün matematik sistemimizi kullandığımız usbilime (logic) ve en başta varsaydığımız belitlere (axiom) bağlar. Belitleri değiştirdiğimizde çok farklı sistemler elde ettiğimizi çoktan beri *(Öklityen olmayan geometrilerin ortaya çıkışıyla)* biliyoruz. Belitleri değiştirmeyi çok yadırgamıyoruz. Peki, kullandığımız usbilim değişirse ne olur? Onu henüz düşünmek istemiyoruz. O işi çok yadırgıyoruz. Hiç değilse, matematikçilerin büyük çoğunluğu, usbilimi değiştirme düşüncesine karşıdır… Konuşmamın bir yerinde farklı usbilim konusuna biraz değineceğim.

Matematiğin Temelleri

Matematiğin kurulabilmesi için ona bir temelin oluşması gereği açıktır. Matematiğin temellerinin neler olduğu konusunda da matematikçiler arasında bir uzlaşma yoktur. Daha doğrusu, matematiği nasıl kurmak istediğimize göre temel değişecektir. Zaten bütün tartışmalar da buradan çıkmıştır. O nedenle, temel tanımlamak yerine, o temelde ya da o temele dayalı olarak kurulacak yapı(lar)da yer alan başlıca kavramları sıralamak daha uygun olur. Hemen aklımıza geliverenler şunlardır: sayılar, kümeler, kategoriler, fonksiyonlar, sonsuzluk, tümevarım, usbilimsel (logic) araçlar, matematiğin dalları, …

Arayışlar!

Burada matematiğin tarihini verecek değilim. Ama matematiğin temellerini sarsan düşüncelere ulaşabilmek için, matematiksel usbilime gelişin kısa resmigeçitini söylemeden olmayacak.



Aristoteles (M.Ö. 384-322)

Aristoteles(M.Ö.384-322): İki-değerli usbilimin (mantık, logic) kurucusudur. *Organon (alet)* adlı yapıtı insanlığa miras kalan en büyük yapıtlardan biridir. Aristotles 14 syllogism (usavurma kuralı) verdi. Bu kurallar bu günkü biçimsel mantığın temelidir. Bu kurallar, 2000 yılı aşkın bir zaman dilimi içinde insanoğlunun düşünme ve doğruyu bulma eylemini etkisi altında tutmuştur. Kuşkusuz, matematik de bundan nasibini almıştır…


Blaise Pascal (1623-1662)

Blaise Pascal (1623-1662): Herkesin gördüğü, bildiği bir apaçık gerçeği, Pascal, matematik diliyle ifade etti: "Bir para atıldığında, ya *yazı* ya *tura* gelir. Yazı gelme olasılığı ½, tura gelme olasılığı da ½ dir. Bu iki olasılığın toplamı ½ + ½ = 1 eder." Bu basit gerçek, *olasılık kuramı (probability theory)* adlı bilim dalını doğurdu. Bu bilim dalının, biçimsel usbilimle yakın ilişkisi o günlerde hiç sezilmiyordu; çünkü biçimsel usbilime matematiksel yöntemler henüz karışmamıştı.

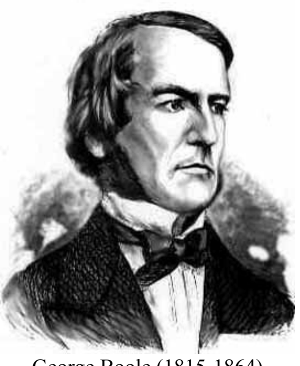

Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716)

Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716): Matematikte usbilimselliğin (logicism) ilk belirtileri onunla ortaya çıkmıştır. Usavurma sürecini konuşulan dilden bağımsız kılarak ona matematiksel bir yapı kazandırmaya çalışan ilk kişi olan Alman matematikçi Leibniz'in yaptığı işin önemi ölümünden iki yüzyıl sonra anlaşılabilmiştir. *Dissertatio de Arte Combinatoria, 1666*, adlı eserinde sembolik bir dil yaratmayı düşündü. Evrensel tam notasyon sistemi dediği bu dilde, her kavram en küçük bileşenlerine ayrışacak, kavramlar bu bileşenler


Immanuel Kant (1724-1804)

cinsinden ifade edilecektir. *Lingua characteristica universalis, Calculus ratiocinator (Akıl yürütmenin hesabı)* adlı projeleri kuramsal olarak bile gerçekleşemedi. 'Logic' konulu olan ve yaşarken yayımlanmamış makalelerinin önemi, ölümünden çok sonra anlaşılacaktır.

Immanuel Kant (1724-1804), mantığın tamamen işlenmiş, bitirilmiş, sona erdirilmiş bir doktrin olduğunu 1794 yılında ifade etmiştir. Ama Kant yanılıyordu. Mantığın görkemli dönüşü henüz başlamamıştı. *(Kant haklı çıksaydı, matematik için ve dolayısıyla bilim için çok yazık olurdu.)*


George Boole (1815-1864)

George Boole (1815-1864): İngiliz matematikçisi Boole, Leibniz'in başladığı işi başka bir matematiksel yapı ile gerçekleştirdi. İki-değerli Aristotles mantığını matematiksel temellere oturtan simgesel mantığı yaratmıştı. Buna *Boole mantığı, Boole cebiri, matematiksel mantık, simgesel mantık,* vb adlar verilmektedir. Boole mantığında bu gün kullandığımız simgeleri yaratan kişi Ernst Schröder (1841-1902)'dir. Akıl yürütmede kullanılan simgeler sözcüklere, nesnelere, duyulara bağlı değildir. Soyut simgeler ve o simgeler arasında matematiksel işlemler kullanılarak *akıl yürütme süreci* tamamlanmaktadır. Kullandığı cebirsel yapı, mantığın istediği sağlamlığı sağlamaktadır.

Predicate calculus: Önermeler mantığı ve predicate calculus simgesel mantığın birisi ötekine kenetlenmiş iki ayrı dalıdır: Birincisi, önermeleri tek tek ele alır ve onların doğru ya da yanlış olduklarını belirler. İkincisi ise, bir küme üzerinde tanımlı önerme fonksiyonlarını ele alır. Predicate terimi, matematik dilindeki fonksiyon'dan başka bir şey değildir.

1820 lerden sonra Bernard Bolzano, Niels Abel, Louis Cauchy and Karl Weierstrass gibi ünlülerin, kendi zamanlarında matematikte beliren bazı belirsizlikleri gideren önemli buluşları oldu. 19.yy sonlarında William Hamilton karmaşık sayıları temsil etmek için gerçel sayı çiftlerini kullandı. Rasyonel sayılardan hareketle irrasyonel sayıları üretmek amacıyla Karl Weierstrass, Richard Dedekind ve Georg Cantor yöntemler geliştirdiler. H.G. Grassmann ve Richard Dedekind'in çalışmalarına dayanan, Guiseppe Peano doğal sayılardan hareketle rasyonel sayıları elde eden yöntemini geliştirdi. Görülüyor ki Frege zamanında, matematiğin göreceli olarak küçük kümelerden (kavramlardan) çıkarılabileceği görüşü ağırlık kazanmıştı.

Belirsizlik (uncertainty): Matematiksel (simgesel) mantığın sağlam ve soyut cebirsel bir yapı olarak ortaya konması, klâsik (sözel) mantıktan ancak 2000 yıl sonra yapılabilen çok büyük bir aşamadır. Ama, Boole mantığı da klâsik mantığın ortaya koyduğu iki-değerliliği korumaktadır. İki-değerli mantıkta belirsizlik olamaz. Orada bir önerme ya *doğru* ya da *yanlış*'tır. Oysa, gerçek yaşamda önermeler hem doğru, hem yanlış ya da biraz doğru, biraz yanlış olabilir. Daha ötesi, gözlemlere dayalı önermelerin doğruluğu belli bir olasılık katsayısına bağlıdır. M.Ö.400 lü yıllardan beri, doğru ve yanlış arasında bir şeylerin daha olması gerektiği seziliyordu. Çünkü iki-değerli mantığın çatışkılar (paradox) yarattığı da görülüyordu.

Jan Lukasiewicz (1878 - 1956): Bu sorunu aşmak için çalışanlar arasında Polonyalı Lukasiewicz'i anmak gerekir. Lukasiewicz geçen yüzyılın başında çok-değerli mantığı kurdu. Önce *doğru* ve *yanlış* arasına bir *ara-değer (bilirsiz-değer)* koyarak üç-değerli


Jan Lukasiewicz (1878-1956)

mantığı belitsel biçimde ortaya koydu. Bu sistem iki-değerli mantığı kapsayan daha genel bir sistem oldu. Ama bu işin üç değerle kısıtlanamayacağı, sonsuz-değerli mantığa geçişin doğallığı da ortaya çıkıyordu.

Fuzzy Mantığı: Doğa olaylarını açıklamak için kullandığımız matematiksel yöntemlerin ve modellerin yararı, gücü ve heybeti tartışılamaz. Ancak, matematiğin kesin deterministik niteliğinin uygulamada gerçeğe çoğunlukla uymaması, yüzyıllar boyunca bilim adamlarını ve düşünürleri uğraştırmıştır. Matematiksel temsiller, evrenin karmaşıklığı ve sınırsızlığı karşısında daima yetersiz ve çok yapay kalmaktadır. Bu nedenle, doğa olaylarını açıklarken, çoğunlukla, kesinliği (exactness - certainty) değil, belirsizliği (vagueness - uncertainty) kullanırız. Doğal diller, doğal kavramları açıklamakta çoğunlukla matematiksel modellerden daha etkilidir. 1965 yılında Lotfi Zadeh ilk cesur adımı attı ve fuzzy kümelerini ve fuzzy mantığını tanımladı.


Lotfi A. Zadeh (1821-)

Antik-çağ matematikçilerinin eksikliğini sezdikleri ama ussal bilgiye dönüştüremedikleri önemli bir kavram vardır: **Sonsuzluk…** 17. ve 18. yüzyılda, fiziksel olayların açıklanabilmesi için ortaya atılan **sonsuz küçükler (infinitesimal)** hesabı, bu yöndeki büyük bir adımdır. 20. yüzyıl başlarında ussal ve sistemli bilgiler disiplini olarak ortaya konan sonsuzluk kavramı, 6000 yıllık matematikte gerçekleşen en büyük aşamadır, en büyük devrimdir!... Sonsuzun doğuşunu sağlayan etmenlerden biri olan **limit** kavramının, dört işleme eklenen beşinci bir işlem olarak matematiğe girişi, **"analiz"** adıyla anılan büyük ve önemli bir bilim dalını doğurmuştur. Analizin doğuşunu ve gelişimini sağlayan zorlayıcı etmenlerin başında fizik gelir. Klasik fiziğin hemen her probleminin çözümü, analizin bilgi sınırlarını zorlamış ve onu gelişmeye itmiştir. Bugün klasik fizikte doğa olaylarının açıklanması, analiz bilim dalının kesin egemenliği altındadır. Benzer olgu, çağdaş fizik için de olmaktadır. Klasik fiziğin çözümleyemediği bazı doğa olaylarının açıklanabilmesi için yeni kuramlara gerekseme duyulmuştur. Bu yöndeki çabalar sonunda, 1924-28 yılları arasında **Kuantum Fiziği** kurulmuştur. Bu yeni kuramın temelleri de adına **"Çağdaş Analiz"** ya da **"Fonksiyonel Analiz"**denilen matematik dalının ortaya çıkmasını sağlamıştır. Bu gelişim, doğa olaylarının matematiksel modellerle temsiline yeni ve önemli örnekler getirmiştir. Örneğin, ışığın niteliğini **Schrödinger'in Dalga Mekaniği Kuramı** ile **Heisenberg'in Matris Mekaniği Kuramı** farklı biçimlerde ama doğru olarak açıklıyorlardı. Kuantum Fiziğinin bu önemli problemine, *"Fonksiyonel Analiz"* bilim dalı, mükemmel ve zarif bir çözüm getirmiştir: Schrödinger'in kuramı L^2-fonksiyon uzayı içine, Heisenberg'in kuramı ise l^2-dizi uzayı içine yerleştirilmekte ve bu modeller içinde açıklanmaktadır. İki kuramın farklı görüntüsü buradan gelmektedir. Ama, bu iki uzay, matematiksel açıdan yapıları biribirlerine denk olan iki uzaydır. Dolayısıyla iki kuram birbirine denktir.

Bu kısa resmigeçitten sonra asıl konumuza dönebiliriz.

Toplumlarda liderler, büyük kahramanlar zor zamanlarda (doğru zamanlarda) ortaya çıkar. Onları çevre koşulları yaratır. Bilimde de böyledir. Çözüm zamanı gelen büyük problemleri çözecek büyük bilginler daima (doğru zamanda) ortaya çıkar. 20. yüzyılın ilk yarısı, matematiğin temellerinin yeniden kurulması çabalarıyla doludur. Matematik böyle zor bir döneme girince, onu kurtarmak için kolları sıvayanlar çok oldu. Harika işler başardılar. Bunların hepsini önem sırasıyla verebileceğimi sanmıyorum. Ama 20.yy matematik tarihinin hiç unutamayacağı adlardan bazıları şunlardır: Cantor, Zermelo, Skolem, Fraenkel, Montague, Russell, Whitehead, Bernays, von Neumann, Hilbert, Gödel, Turing, Zadeh,…

Bu konuşmanın amacı açısından, bunlardan bazılarından sözetmemiz gerekiyor.

Kümeler Kuramı ve Sonsuzluk

Doğal diller, kuşkusuz bir şeylerin *'topluluk'*larını kavram olarak biliyor ve yerinde kullanıyordu. Matematikçiler de

Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845 – 1918) sonsuz küçük ve sonsuz büyük kavramlarını kullanarak analiz dediğimiz harika aracı yaratmışlardı. Analizi kullanan fizik, doğa olaylarını bir bir açıklamaya başlamıştı. Her şey yolunda gidiyordu. Ama, geçen yüzyıla girilirken Alman matematikçi **Georg Cantor (1845-1918)** *"küme"* kavramını ortaya attı. Ona dayalı yeni bir *"potansiyel sonsuz"* kavramı doğdu. Bu kavramlar matematikte bir devrim yarattı. Her devrim, kurulu düzende bir karmaşa yaratır. Matematikte de bu olgu kaçınılmaz olarak gerçekleşti; beklenmedik ve istenmedik bir zamanda büyük bir karmaşa doğdu.

Doğan karmaşayı açıklamak için şimdi hepimizin iyi bildiği **N**={0,1,2,3,…} doğal sayılar kümesinden başlayalım ve Cantor'un yaptıklarını anımsayalım: Cantor

$$1 , 2 , 3 , \ldots$$

sayılarına ω ile gösterdiği (bir) sonsuz sayıyı ekledi:

$$1 , 2 , 3 , \ldots , \omega$$

Burada durması için bir nedeni yoktu. Sayı eklemeyi sürdü:

$$1 , 2 , 3 , \ldots , \omega , \omega+1 , \omega+2 , \omega+3 , \ldots$$

……………..

$$1 , 2 , 3 , \ldots , \omega , \ldots , 2\omega , \ldots , 3\omega , \ldots , 4\omega , \ldots , \omega\omega, \ldots$$

……………..

$$1 , 2 , 3 , \ldots , \omega , \ldots , \omega^2 , \ldots , \omega^3 , \ldots , \omega^4 , \ldots , \omega^5 , \ldots$$

……………..

$$1 , 2 , 3 , \ldots , \omega , \ldots , \omega^2 , \ldots , \omega^3 , \ldots , \omega^4 , \ldots , \omega^{\omega} , \ldots , \omega^{\omega+\omega} , \ldots$$

……………..

$$1,2,3,\ldots,\omega,\ldots,\omega^{\omega},\ldots,\omega^{\omega^{\omega}},\ldots,\omega^{\omega^{\omega^{\omega}}},\ldots$$

Sonunda ulaştığı (sonlu ötesi) sayılar, analizin bildiği sonsuz sayı kavramını ve bazılarının hayal sınırlarını çok çok aşıyordu. Matematikçiler önceleri buna pek aldırış etmediler; önemini de anlamadılar. Ama giderek işin vehametini anladılar: temel sarsılıyordu!..

Dünyanın en akıllı adamları arasında, yani matematikçiler arasında büyük bir tartışma başladı. Kimileri Cantor’un söylediklerinin gerçekle ilgisi olmadığı, kafa yormaya değmeyecek kurgular (fanteziler) olduğu görüşündeydi. Kimileri ise bu gibi şeylerin matematikçilerin değil, teolojistlerin düşüneceği saçmalıklar olduğunu savundu. En radikal kişiler ise, Cantor’un bir tımarhaneye kapatılarak ortaya çıkan sorunun yokedilmesi gerektiğini söyledi. Öyle de oldu. Cantor son yıllarını akıl hastanesinde geçirdi. Ama sorunlar çözülmedi. Cantor’un ortaya attığı kümeler kuramı, matematikte yepyeni bir çığır açtı. Çığır demek az, tam anlamıyla bir devrim yarattı! Bundan sonra matematiğin temelleri kümeler üzerine kurulmalıydı!..

Usbilimsellik (logicism)

Bertrand Arthur William Russell
(1872 – 1970)

Bertrand Russell, gençliğine matematikçi olarak başladı, sonradan filozofluğa kadar düştü(!). Onunla da yetinmedi, son yıllarında hümanist akımlara kapıldı, savaş karşıtı eylemlere karıştı(!). Durup dururken, neredeyse, yaşamının son yıllarını zora sokacaktı. Her neyse, matematikle başladığına göre, Russel’ın, insanlığa önemli hizmetlerde bulunmuş bir İngiliz düşünür olduğunu kabul edebiliriz. Matematiğin temellerinin sarsıldığını ilk gören kişi değilse bile, sanırım, ilk gösteren kişidir. O nedenle, bazı matematikçilerin onu sevmemesini anlayışla karşılamak gerekir. Hatta, insanlık adına söylediği ve yaptığı güzel şeyleri matematikçi olarak yaptı diye onunla öğünebiliriz.

Çok ‘popularize’ edilmiş olarak bildiğimiz çatışkıların (paradox) çoğunun Russel tarafından ortaya konduğu bilinmektedir. Bunların çoğu *Matematik Dünyası*’nda çıkmıştır; burada yinelemenin gereğini görmüyorum. Yalnızca bir örnek vermek için berber çatışkısını Ali Nesin’in dilinden aktaracağım: *“Köyün birinde bir berber varmış. Bu berber, o köyde kendini traş etmeyen herkesi traş edermiş, kendini traş edenleriyse traş etmezmiş. Soru şu: bu berber kendini traş eder mi? Kendini traş etmezse, kendini traş etmeyen herkesi traş ettiğinden,* *kendini traş etmeli. Kendini traş ederse, kendini traş edenleri traş etmediğinden, kendini traş etmemeli.“* Rahatına düşkün kişiler olarak, 'berberin kendini traş edip etmemesinden bize ne!' diyebiliriz. Ama bu çatışkıların birer oyun, birer bilmece olmayıp, matematiğin temellerini derinden sarsan üstün düşünceler olduğuna inananlar çıktı orta yere.

Principia Mathematica: Russel ve Whitehead matematiğin temellerinde oluşan sarsıntıyı görmek ve söylemekle yetinmediler. Matematikte doğan çelişkiyi yokedecek yöntem aradılar. Sırasıyla 1910, 1912 ve 1913 yıllarında yayımlanan üç ciltlik *Principia Mathematica* 'da bütün matematiğin usbilimselliğe (logicism) indirgenebileceğini savundular. Tezlerini iki bölüme ayırabiliriz. Birincisi, bütün matematiksel doğrular usbilimsel doğrulara (logical truths) dönüştürülebilir. Başka bir deyişle, matematiksel deyimler usbilimsel deyimlerin bir alt kümesidir. İkincisi, bütün matematiksel kanıt (proof) yöntemleri usbilimsel kanıt yöntemleriyle ifade edilebilir. Başka bir deyişle, matematiksel teoremler usbilimsel teoremlerin bir alt kümesidir. Russell'in sözleriyle özetlersek, bütün (pure) matematiğin usbilimsel kurallarla elde edilebileceğini göstermek usbilimcinin işidir. Öyleyse, matematik usbilimdir, matematikçi de usbilimcidir. *Principia Mathematica* modern matematiksel usbilimin doğmasına neden olmuştur. İlk yayımı parasızlık yüzünden geciken *Principia Mathematica,* Aristotle'in *Organon* adlı ünlü yapıtından sonra, usbilim alanında yazılmış en önemli yapıt olarak kabul edilir.

Sezgisellik (intuitionism)

Matematiği sezgisel olarak kurmayı amaçlayan bu okul esas olarak Luitzen Egbertus Jan Brouwer'in (1881-1966) ortaya koyduğu sistemdir. Cantor'un kümeler kuramına dayalı yapıyı şiddetle yadsırken, Russell'in usbilimselliğine de karşı durur. Tartışma, *"akıl oyunları"*nın sergilendiği görkemli bir tiyatroya dönüşür. Sergilenen oyuna seyirciler de katılır… Poincare

Luitzen Egbertus Jan Brouwer
(1881 – 1966)

matematiğin temellerini varsayımlara dayamak isterken, Kronecker teolojiye sığınıyordu.

David Hilbert (1862-1943)

Biçimsellik (formalism)

David Hilbert (1862-1943), *"akıl oyunları"*nın son perdesini indirmek istedi. Adına *Kanıt Kuramı (Proof Theory)* dediği biçimsel bir matematik dili geliştirdi (1927). Ona göre sezgisel matematik yaparken konuştuğumuz dil, duygularımız, özne (madde) geleneksel çıkarım yöntemlerimize dışarıdan etki etmektedir. Dış etkileri yoketmek için bir matematik dili, yapay bir dil oluşturdu. Yedi ana grupta topladığı 17 formül ile matematik teoremlerini kanıtlayabiliyordu. Ortaya attığı kuramın ilk sunumunu yaparken şöyle diyordu:

> *"Matematik önyargısızdır. Onu bulmak için Kronecker'in yaptığı gibi Tanrıya, Poincare'nin yaptığı gibi yeteneklerimize hitabeden varsayımlara, Brouwer'in yaptığı gibi temel sezgilere, Russell'in yaptığı gibi belitlere gereksinim yoktur. Matematik formüllerden oluşan kendi içinde kapalı bir sistemdir."*

Hilbert büyük bir matematikçidir. 20. yüzyıl matematiğine damgasını vurmuştur. 1900 yılında Paris'te yapılan Uluslararası Matematik Kongresinde ortaya attığı problemler, aradan geçen 100 yılda tam çözülememiştir, ama bu problemler yüzyılın matematiğine yön vermiştir. Herkes böyle bir dahinin *"akıl oyunları"* için yazdığı son perdeyle temsilin bittiğine inanmaktadır. Ta ki Gödel denen biri çıkıp oyuna hiç bitmeyecek bir perde daha ekleyene kadar!...

Gödel diye biri!

Bir M matematik sisteminde iki nitelik ararız. Birincisi, tamlık (completeness): İçindeki her teorem kanıtlanabiliyorsa sistem tamdır. Başka bir deyişle, sistemdeki her p önermesi için ya *'p doğrudur'* ya da *'p yanlıştır'* teoremlerinden biri kanıtlanabiliyorsa M sistemi tamdır.

İkincisi, tutarlılık (çelişkisizlik, consistency): M sistemindeki her p önermesi için ya *'p doğrudur'* ya da *'p yanlıştır'* teoremlerinden ancak birisi geçerliyse M sistemi tutarlı, her ikisi aynı anda varsa M sistemi tutarsızdır.

Kurt Gödel ve Albert Einstein
(Princeton 1950)

1931 yılında Kurt Gödel (1906-1978) ortaya çıkıp ortalığı toz dumana katana kadar Hilbert'in formal sisteminin matematikteki krizi tamamen çözdüğü sanılıyordu. *Eksiklik (incompleteness)* teoremi adını verdiği teorem, bir sistemin tutarlı olup olmadığının o sistem içinde kanıtlanamayacağını söylüyordu. Bu sonuç, matematiğin tutarlı olduğunun (matematikle) kanıtlanamayacağının kanıtıydı. Dolayısıyla, kendi içinde kapalı bir sistem oluşturduğu sanılan Hilbert formalizminin çöküşü anlamına geliyordu. O zamana kadar kimse Hilbert'in yanılmış olabileceğini düşünmüyordu. Dahi matematikçi von Neumann bile Gödel'in yaptığını öğrenince *"Yanıldım, gemiyi kaçırdım!"* diye hayıflanmıştır. *Principia Mathematica*, Organon'dan sonra usbilimde yazılan en büyük yapıt sayılıyor, demiştik. Benzer olarak, *Kurt Gödel,* Aristoteles'ten sonra gelmiş en büyük usbilimci ününü kazanmıştır. Burada ilginç olan şey, Gödel'in kanıtının bir bilgisayar dili olan Lisp'in yapısına benzemesidir. Benzer iş Turing makinası için de söz konusudur. Bazı bilgisayarcıların hoşuna gitmese de, bu olgu, matematikçilerin yarattığı bilgisayar biliminin matematikten kopamayacağının bir göstergesidir.

Alan Mathison Turing (1912-1954): Leibniz'in düşünü gerçekleştirecek bir makinayı tasarladı (1936). *Turing machine* diye anılan bu hayal makina, her matematik problemini çözecek mekanik bir alet olarak düşünüldü. Turing, bu günkü bilgisayarların çalışma ilkelerine çok benzeyen bir yöntemle, bütün problemleri çözen mekanik bir makinanın (ya da algoritmanın) var olamayacağını kanıtladı. Bu sonuç, farklı bir yaklaşımla Gödel’i doğrulamaktadır. Hatta, Gregory Chaitin’e göre, Gödel’in yaptığı işten daha büyüktür.

Alan Mathison Turing (1912-1954)

Bu yönde yapılan çok önemli bulgulardan birisi de şudur: 1970 yılında, **Diophant** denklemlerini çözecek bir algoritmanın olmadığı ispatlandı. Bu sonuç, 1900 yılındaki Matematik Kongresinde **Hilbert**'in sunduğu ünlü 10. problemin çözümsüzlüğünü ortaya koymuştur.

Sonuç: *“Akıl Oyunları”* sürüyor; henüz son perdesini kimse yazamadı. Evrenin karmaşası o son perdenin yazılmasına belki hiç izin vermeyecektir. Böyle olması, gelecek için umudumuz olmalıdır; çünkü insan soyuna üstünlük sağlayan şey evrenin gizlerini tümüyle biliyor olması değil, o gizleri durmaksızın arama iradesine sahip olmasıdır. Kimbilir, belki bu oyuna *erdemi* de katabilir.

Kaynaklar

1. **Baum,R.** *Philosophy and Mathematics.* San Francisco: Freeman, Cooper, 1973.

2. **Benacerraf,P and Putnam, H.** *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
3. **Boyer, Carl B.** *The History of The Calculus and its Conceptual Development.* New York: Dover, 1949.
4. **Courant,R. and Robbins,H.** *What is Mathematics?* Oxford: Oxford University Press, 1978.
5. **Frege, Gottlob** (1893, 1903) *Grundgesetze der Arithmetik,* Band I (1893), Band II (1903), Jena: Verlag Hermann Pohle. Ed.
6. **Kline, M.** *Mathematics, the Loss of Certainty.* Oxford: Oxford University Press, 1980.
7. **Nagel, E. and Newman,J.R.** *Godel's Proof.* New York: New York University Press, 1958.
8. **Quine, W.V** . *Ways of Paradox*, New York: Random House, 1966.
9. **Rand, A.** *Introduction to Objectivist Epistemology.* New York: Penguin Group, 1990.
10. **Ross,D.** "The Cognitive Basis of Arithmetic." Poughkeepsie, N.Y.: Institute for Objectivist Studies (forthcoming) .
11. **Russell, Bertrand** *Principles of Mathematics,* Cambridge: Cambridge University Press,1903.
12. **Russell, Bertrand** *Introduction to Mathematical Philosophy,* London: George Allen and Unwin,1919.
13. **Sir Thomas Heath.** *Mathematics in Aristotle*. Oxford: Clarendon Press, 1949.
14. **Stephan Korner.** *The Philosophy of Mathematics, an Introductory Essay.* New York: Dover, 1986.
15. **Veatch, Henry.** *Intentional Logic.* New Haven: Yale University Press, 1952.
16. **Whitehead, Alfred North** *A Treatise on Universal Algebra,* Cambridge: Cambridge University Press, 1898.
17. **Whitehead, Alfred North** *On Mathematical Concepts of the Material World,* London: Dulau, 1906.
18. **Whitehead, Alfred North, and Bertrand Russell** (1910, 1912, 1913) *Principia Mathematica*, 3 vols, Cambridge: Cambridge University Press. Second edition, 1925 (Vol. 1), 1927 (Vols 2, 3). Abridged (1962).
19. **Walley, P.** *Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities*, Chapman and Hall, London, 1991.
20. **Willaeys, D. - Malvache, N.** *The use of Probability Functions for the Treatment of Fuzzy Information by Computer,* Probability Functions and Systems, 5, 323-328, (1981).
21. **Wilson, N - Moral,S.** *A Logical View of Probability*, Proc. of the 11th Europ. Conf. on Artificial Intelligence (ECAI'94) (Ed. A.G. Cohn), Amsterdam, The Netherlands, Aug. 8-12, Wiley, New York, 386-390, (1994).
22. **Zadeh,L.A.** *Quantitative Fuzzy Semantics*, Information Sciences, 3,159-176, (1971).