

Bölüm 11 11.8 ALIŞTIRMALAR

19 \mathbb{Z}_5 in toplama ve çarpma tablosu düzenlenirse

$$\begin{aligned}
 -2 &\equiv 3 \pmod{5} \\
 (-2)^7 &\equiv 3^7 \pmod{5} \\
 &\equiv (3^2)^3 \cdot 3 \pmod{5} \\
 &\equiv 4^3 \cdot 3 \pmod{5} \\
 &\equiv 4^2 \cdot 4 \cdot 3 \pmod{5} \\
 &\equiv 1 \cdot 4 \cdot 3 \pmod{5} \\
 &\equiv 2 \pmod{5} \\
 -3 &\equiv 2 \pmod{5} \\
 (-3)^7 &\equiv 2^7 \pmod{5} \\
 &\equiv (2^3)^2 \cdot 2 \pmod{5} \\
 &\equiv (3)^2 \cdot 2 \pmod{5} \\
 &\equiv 4 \cdot 2 \pmod{5} \\
 &\equiv 3 \pmod{5} \\
 4^{-1} &\equiv 4 \pmod{5} \\
 4^{-2} &\equiv (4^{-1})^2 \pmod{5} \\
 &\equiv 4^2 \pmod{5} \\
 &\equiv 1 \pmod{5} \\
 8^{-1} &\equiv 3^{-1} \pmod{5} \\
 &\equiv 2 \pmod{5} \\
 (8^{-1})^6 &\equiv 2^6 \pmod{5} \\
 &\equiv (2^3)^2 \pmod{5} \\
 &\equiv (3)^2 \pmod{5} \\
 &\equiv 4 \pmod{5} \\
 3^{234} &\equiv (3^2)^{117} \pmod{5} \\
 &\equiv (4)^{117} \pmod{5} \\
 &\equiv (4^2)^{58} \cdot 4 \pmod{5} \\
 &\equiv (1)^{58} \cdot 4 \pmod{5} \\
 &\equiv 4 \pmod{5}
 \end{aligned}$$

dir. Bu değerler verilen ifadede yerlerine konulursa

$$2(-2)^7 + 4^{-2} \cdot 3^{234} + (8^{-1})^6 (-3)^7 \equiv [2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 4 \cdot 3] \pmod{5} \equiv 0 \pmod{5}$$

çıkar.