

Eşanlı Denklem Modelleri

Tek Denklemlilerde Eşanlılık



Ekonometri 2 – Konu 22
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)




UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Ekim 2011 

Ders Planı

- 1 Tek Denklemlilerde Eşanlılık
 - Araç Değişkenler Yaklaşımı
 - Eşanlılık Yanlılığını Saptamak

Tek Denklemlilerde Eşanlılık

- Eşanlı denklem modellerinin temel özelliğinin birden fazla nedensel bağlantıyı anlatan birden fazla denklemden oluşmaları olduğunu biliyoruz.
- Uygulamada ise sistemi bütün olarak ele almak yerine yalnızca bir denkleme odaklanan tek denklem yöntemleri sıkça kullanılır.
- Denklem sisteminin sakıncası, bir denklemden yanlış işlev biçimi kullanıldığında bunun diğer denklemlere taşınarak ciddi model belirtim hatalarına yol açabilmesidir.
- Tek denklem yaklaşımı bu zorluktan kaçınmakla kalmaz, aynı zamanda uygulama kolaylığı da sağlar.

Talep İşlevi Örneği

- Tek denklem yaklaşımında diğer denklemler için açıkça belirtim yapılmaz ama bunları göz ardı etmenin eşanlılık yanlılığına yol açacağı da unutulmaz.
- Örnek olarak, bir ürüne olan talebi tahmin etmek istiyor olalım. Bunun için aşağıdaki gibi bir model belirtebiliriz.

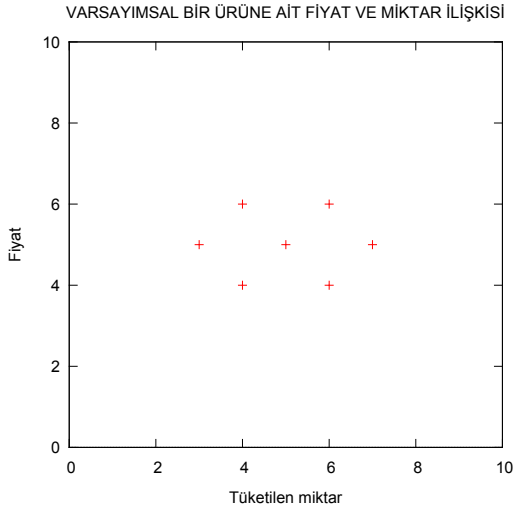
$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_t$$

- Burada
 P_t malın fiyatını,
 Q_t ise tüketilen miktarı
 göstermektedir.
- Talep ile fiyat arasındaki ilişki ters yönlü olduğu için β_2 'nin eksi değerli olmasını bekleriz.

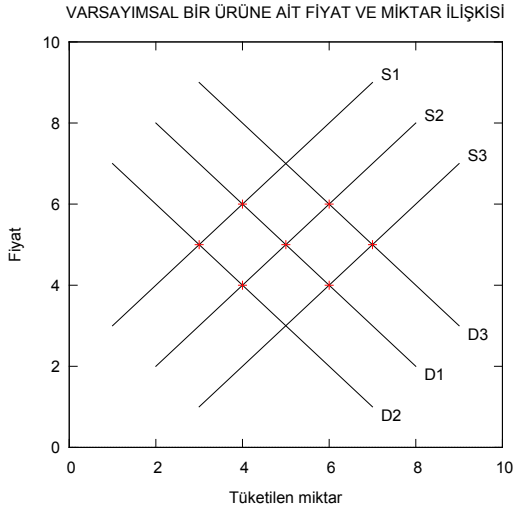
Talep İşlevi Örneği

- Elimizdeki modelde Q_t ile P_t 'nin ortak bağımlı değişkenler olduğunu görmek güç değildir.
- İktisat kuramından, fiyat ve miktarın arz ve talep eğrileri tarafından ortaklaşa belirlendiğini biliyoruz.
- Dolayısıyla, fiyattaki bir değişim ürün miktarını etkilerken üretim maliyetlerinin artması gibi bir nedenden dolayı miktardaki bir değişiklik de fiyatı etkileyecektir.
- Demek ki elimizdeki model, daha önce gördüğümüz tek denklemlilerden farklı olarak çözülmesi gereken bir eşanlılık sorunu içermektedir.
- Sorunun niteliğini net bir şekilde görmek için varsayımsal fiyat-miktar verilerini serpilim çizimi üzerinde gösterebiliriz.

Talep İşlevi Örneği



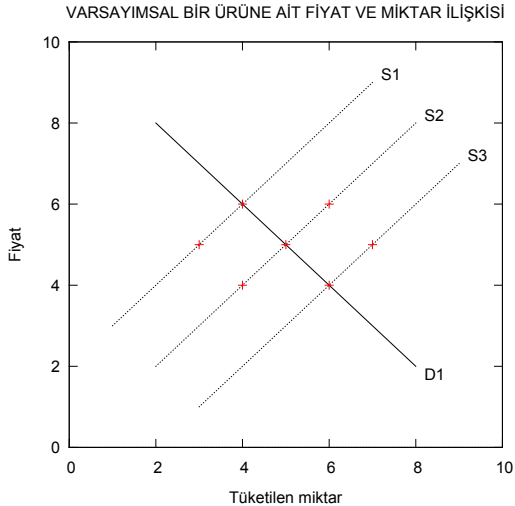
Talep İşlevi Örneği



Talep İşlevi Örneği

- Çizitlerden anlaşıldığı gibi, elimizdeki fiyat-miktar verileri gerçekte farklı arz ve talep eğrilerinin kesişmesi sonucu ortaya çıkan denge noktalarından başka bir şey değildir.
- Dolayısıyla, bu verilere bir doğru yakıştırarak ne talep ne de arz işlevini tahmin etmiş oluruz.
- Başta da göstermiş olduğumuz gibi SEK yöntemi burada yanlış ve tutarsız katsayı tahminleri üretecektir.
- Sorununun farklı bir yaklaşım gerektirdiği açıktır. Bize gereken şey talep sabitken arzın değişmesi sonucu ortaya çıkan fiyat-miktar çiftleridir.
- Sabit bir talep eğrisi üzerindeki noktalardan yararlanarak talep eğrisinin eğimini doğru bir şekilde tahmin edebiliriz.

Talep İşlevi Örneği



Araç Değişkenler Modeli

P_t ve Q_t arasındaki eşanlılık sorununu çözebilmek için “**araç değişkenler modeli**” (instrumental variables model, kısaca IV model) adı verilen yaklaşımı izleriz.

IV modelinde bilindik bağımlı ve açıklayıcı değişkenlerin yanı sıra yeni bir değişken türü olarak Z_t araç değişkenleri bulunur.

Z_t , geçerli bir araç olmak için iki koşulu sağlamalıdır:

- 1 “**İlgililik**” (relevance): $\text{corr}(Z_t, P_t) \neq 0$.
- 2 “**Dıştüreellik**” (exogeneity): $\text{corr}(Z_t, u_t) = 0$.

Kısaca, bu değişken fiyattaki arz eğrisinden kaynaklı değişimi yakalayabilmeli ancak talep tarafından etkilenmeyerek hata terimi ile ilintisiz de kalabilmelidir.

Elimizdeki talep işlevi modeli örneğinde üretim maliyetlerini ya da tarımsal bir ürün için hava koşullarını uygun bir araç olarak düşünebiliriz.

Araç Değişkenler Modelinin Genel Gösterimi

- Araç değişkenler modelinin genel gösterimi şöyledir:

Araç değişkenler modeli

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Y'_{1i} + \cdots + \beta_r Y'_{ri} + \beta_{r+1} X_{1i} + \cdots + \beta_{r+k} X_{ki} + u_i$$

- Burada Y_i bağımlı değişkeni,
 Y'_{1i}, \dots, Y'_{ri} içtürel açıklayıcı değişkenleri
 X_{1i}, \dots, X_{ki} dıştürel açıklayıcı değişkenleri,
göstermektedir.
- Dıştürel değişkenler u_i ile ilintisizdir. İçtürel değişkenler ise u_i ile ilintilidir ve eşanlılık yanlılığına yol açmaktadır.
- Ayrıca Z_{1i}, \dots, Z_{si} biçiminde s sayıda araç değişken vardır. Z_i 'ler Y_i 'leri açıklayıcıdır ama hata terimi ile de ilintisizdir.
- Araç değişken sayısı içtürel değişken sayısından azsa, model eksik özdeşlemeli demektir. Araç sayısı eşitse tam özdeşlemeli, fazlaysa da aşırı özdeşlemeli model olur.

Tek Denklem ile Eşanlı Denklemler İlişkisi

- Elimizdeki talep işlevi modelinin ve bu modeli doğru tahmin edebilmek için önerdiğimiz araç değişkenler yaklaşımının temelinde eşanlı denklemler olduğuna dikkat edelim.
- P_t ve Q_t arasında iki yönlü bir bağlantı olduğunu biliyoruz. Bu durum aslında iki denklemliler bir modeli göstermektedir.
- Tek denklem yaklaşımını benimsemek yerine ilişkiyi bütün olarak ele alsaydık, aşağıdakine benzer bir eşanlı denklem modelimiz olacaktı:

$$\text{Talep işlevi: } Q_t^d = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t}$$

$$\text{Arz işlevi: } Q_t^s = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 Z_t + u_{1t}$$

- Öyleyse Z_t gerçekte açıkça belirtmediğimiz arz işlevindeki bağımsız bir açıklayıcı değişkenden başka birşey değildir.

Tek Denklem ile Eşanlı Denklemler İlişkisi

- Eşanlı denklemlerde bir denklemi diğerlerinden ayırarak tahmin edebilmek için özdeşleme kurallarından yararlandığımızdan söz etmiştik.
- Sıra koşuluna göre bu iki denklemli örnekte talep işlevi bir değişkeni dışladığı için tam özdeşlemeli, arz işlevi ise en az bir değişkeni dışlayamadığı için eksik özdeşlemelidir.
- Diğer bir deyişle, Z_t değişkeni arz işlevini denetim altında tutarak talep işlevini özdeşlemede ve böylece tahmin edilebilir olmasını sağlamaktadır.
- Sonuç olarak, araç değişkenler eşanlı denklemlerdeki tek bir denkleme odaklanan kestirme bir yoldur diyebiliriz.
- Tek denklemli modellerde tüm ilişkileri açıkça modellemek gerekmiyor. Ancak, diğer denklemlerdeki değişkenlerden araç değişken olarak yararlanıyoruz.

Eşanlılık Yanlılığını Saptama Gereği

- Eşanlı denklemler ya da eşanlılık sorunu yokken SEK tahmincileri yansız ve enaz varyanslıdır.
- Eşanlılık altında ise SEK tahmincileri tutarlı bile değildirler ve bu nedenle yerlerini alması tahmincilere bırakırlar.
- Ancak bu alması tahminciler eğer eşanlılık sorunu yokken kullanılacak olurlarsa enaz varyanslı olmayan tahminler üretmektedirler.
- Bu nedenle, alması yöntemleri kullanmak üzere SEK'ten vazgeçmeden önce örneklemede eşanlılık sorununun olup olmadığı sınanmalıdır.
- Bu doğrultuda sıklıkla kullanılan sına ise 1978 yılında Jerry A. Hausman tarafından geliştirilen ve bir tahminciyi bir diğere göre değerlendiren Hausman sınamasıdır.

Hausman Sınaması

Bir içtürel ve bir dıştürel değişkeni olan şu modeli ele alalım:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Y'_i + \beta_2 X_{1i} + u_i$$

Z_{1i}, \dots, Z_{si} ise araç değişkenler olsun. Hausman sınamasının eşanlılığa bakmak için kullanılacak basit bir şekli şöyledir:

- 1 Y'_i 'nin birtek araç değişkenlere göre aşağıdaki bağlantıyı hesaplanır ve kalıntılar kaydedilir:

$$Y'_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 Z_{1i} + \dots + \hat{\alpha}_s Z_{si} + \hat{v}_i$$

- 2 Kalıntılar özgün modele eklenir ve SEK tahmini yapılır:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Y'_i + \beta_2 X_{1i} + \beta_3 \hat{v}_i + u_i$$

- 3 Eşanlılık yoksa, \hat{v}_i ve u_i arasındaki ilişki de kavuşmazsal olarak sıfır olmalıdır. Bu nedenle \hat{v}_i 'nin katsayısına bakılır. β_3 eğer t sınamasına göre anlamlı bulunursa, eşanlılık olmadığı söylenen sıfır önsavı reddedilir.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

İki aşamalı enküçük kareler tahmini