

Ekonometrik Modelleme

Belirtim Hatalarının Sınanması



Ekonometri 2 – Konu 15
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)



UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Ekim 2011 

Ders Planı

- 1 Belirtim Hatalarının Sınanması
 - Kalıntıların İncelenmesi
 - Katsayı Anlamlılık Sınamaları
 - RESET ve LÇ Sınamaları

Belirtim Hatalarının Sınanması

Görgül çalışmada kullanılan modelin “doğru” olduğu kesinlikle bilinemez. Bu nedenle, önce kurama dayanılır ve bir konunun özünü yakaladığı düşünülen model belirtilip tahmin edilir.

Daha sonra eldeki model çeşitli sınamalar ve almaşık modeller ile karşılaştırılarak değerlendirilir ve yeterliliğine karar verilir.

Uygulamada modelleme sorunlarını saptamada kullanılacak geleneksel yöntemlerden bazıları şunlardır:

- Kalıntıların incelenmesi
- Katsayı anlamlılık sınamaları
- Ramsey RESET sınaması
- Lagrange Çarpanı sınaması

Belirtim Hatalarının Sınanması

- Konuya ilişkin olarak toplam üretim maliyeti örneğini ele alalım. “Doğru” model aşağıdaki küplü işlev olsun:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \beta_3 X_i^2 + \beta_4 X_i^3 + u_i$$

- Yukarıdaki model “doğru” olduğuna göre, aşağıda verilen doğrusal ve kareli modelleri kullanmak belirtim hatasına yol açacaktır:

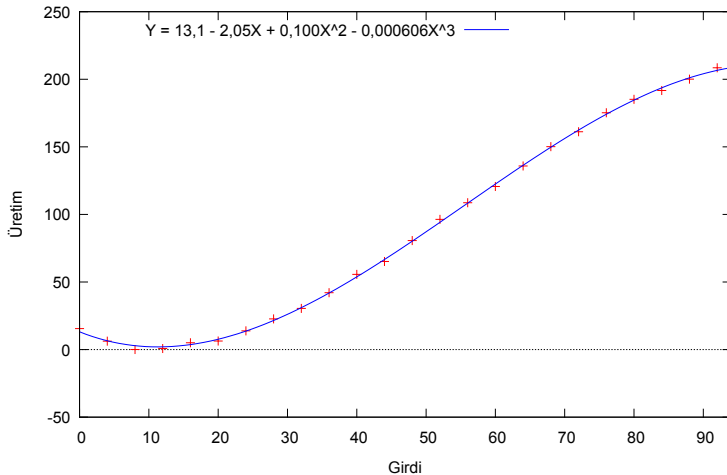
$$Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + v_i$$

$$Y_i = \lambda_1 + \lambda_2 X_i + \lambda_3 X_i^2 + w_i$$

- Varsayımsal veriler kullanarak hatalı belirtimin yol açtığı yakıştırmaya sorunlarını sınavalım.

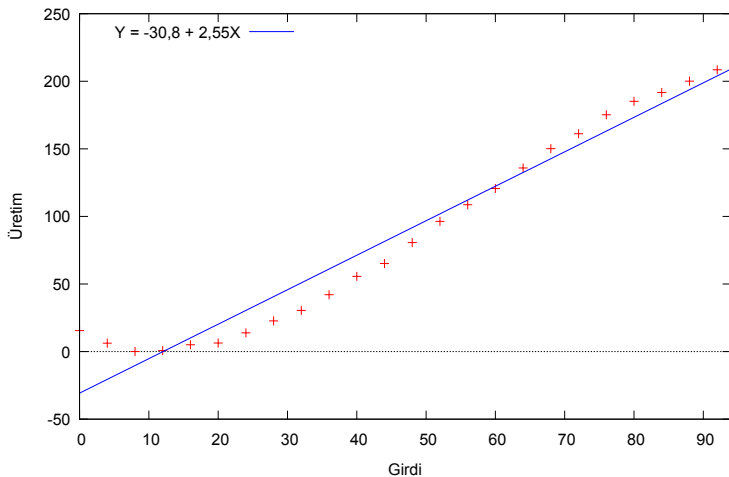
Belirtim Hatalarının Sınanması

VARSAYIMSAL VERİLERE DAYALI TOPLAM ÜRETİM İŞLEVİ, KÜPLÜ MODEL



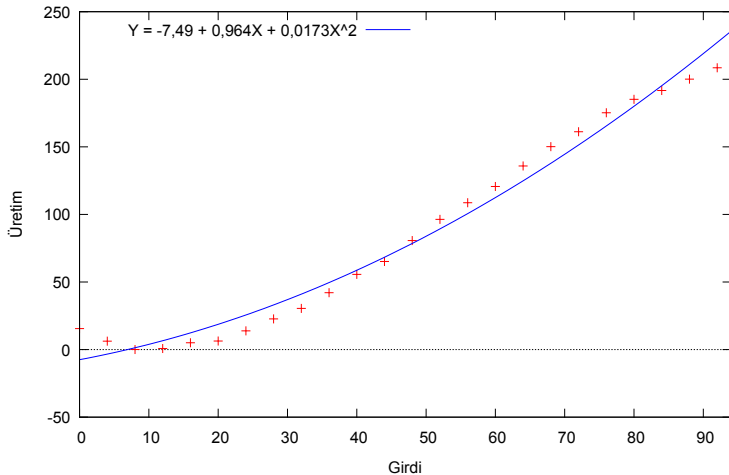
Belirtim Hatalarının Sınanması

VARSAYIMSAL VERİLERE DAYALI TOPLAM ÜRETİM İŞLEVI, DOĞRUSAL MODEL



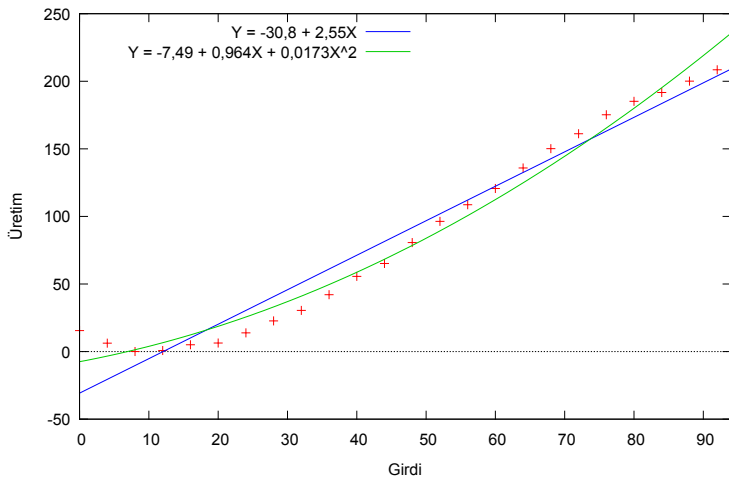
Belirtim Hatalarının Sınanması

VARSAYIMSAL VERİLERE DAYALI TOPLAM ÜRETİM İŞLEVİ, KARELİ MODEL



Belirtim Hatalarının Sınanması

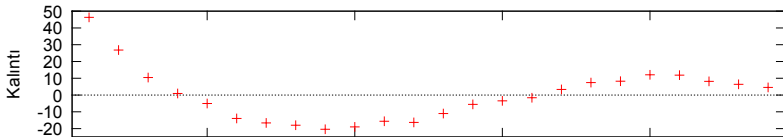
VARSAYIMSAL VERİLERE DAYALI TOPLAM ÜRETİM, DOĞRUSAL VE KARELİ MODELLER



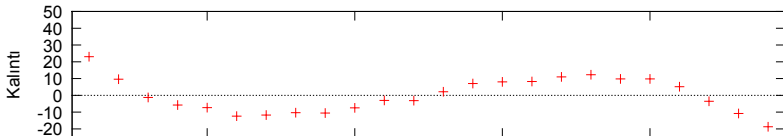
Kalıntıların İncelenmesi

- Bağlanım kalıntıları, özellikle de yatay kesitsel verilerde, model belirtim hatalarını saptamak için yararlı bir görsel tanı aracıdır.
- Önemli bir değişkenin atlanması ya da yanlış işlev biçimi seçimi gibi sorunlar olduğunda kalıntılar da dikkat çekici örüntüler sergiler.
- Bir sonraki sayfada görüleceği üzere, hatalı yakıştırılan doğrusal ve kareli modellere ait kalıntı çizitleri çevrimsel salınımlar göstermektedir.
- Kareli modelde kalıntılar doğrusal bağlanıma göre belirgin biçimde azalmaktadır. Doğru yakıştırılan küplü modelde ise kalıntılar iyice azalmakta ve dalga görüntüsü de ortadan kaybolmaktadır.

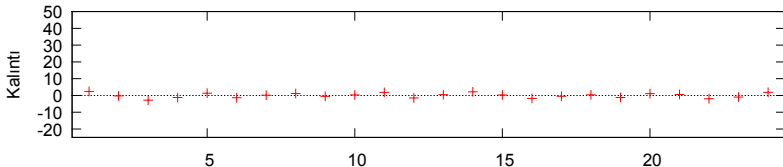
GÖZLEM NO'SUNA GÖRE KALINTILAR, DOĞRUSAL MODEL



GÖZLEM NO'SUNA GÖRE KALINTILAR, KARELİ MODEL



GÖZLEM NO'SUNA GÖRE KALINTILAR, KÜPLÜ MODEL



Katsayı Anlamlılık Sınamaları

- Modelde yer alan ilgisiz bir değişkenin yanlış tahminlere yol açmayıp, yalnızca katsayı varyanslarının büyümesi gibi daha az ciddi bir soruna yol açtığını anımsayalım.
- Bu nedenle aşırı belirtimin sınanması ve düzeltilmesi eksik belirtim sorunu yanında görece daha kolaydır.
- Aşağıdaki modeli ele alalım:

$$Y_i = \gamma_1 + \gamma_2 X_i + \gamma_3 X_i^2 + \gamma_4 X_i^3 + \gamma_5 X_i^4 + Z_i$$

- Bu modelde X^4 değişkenin gerçekten anlamlı bir katkıda bulunup bulunmadığını saptamak için alışıldık t ve F sınamalarından yararlanılabilir.

Katsayı Anlamlılık Sınamaları

- Örnek olarak, küplü model şu sonuçları vermektedir:

$$\begin{array}{rcccc} \hat{Y}_i = & 13,1307 & - 2,0503 X_i & + 0,1009 X_i^2 & - 0,0006 X_i^3 \\ \text{öh} & (1,0705) & (0,1030) & (0,0026) & (1,88e-05) \\ \rho & (9,21e-11) & (1,17e-14) & (3,38e-20) & (1,01e-18) \end{array}$$

- İlgisiz değişken içeren modele ait tahminler ise şöyledir:

$$\begin{array}{rccccc} \hat{Y}_i = & 14,2905 & - 2,3622 X_i & + 0,1169 X_i^2 & - 0,0009 X_i^3 & + 1,49e-06 X_i^4 \\ \text{öh} & (1,1463) & (0,1805) & (0,0082) & (0,0001) & (7,32e-07) \\ \rho & (1,36e-10) & (5,93e-11) & (1,44e-11) & (3,27e-06) & (0,0558) \end{array}$$

- Görüldüğü gibi, aşırı belirtilimli modelde yer alan γ_5 tahmini büyüklük olarak sıfıra çok yakındır ve $\alpha = 0.05$ düzeyinde anlamlı da değildir.
- Bu noktada, X^4 'ün yanında X^3 değişkeninin de ilgisiz olup olmadığını anlamak istersek $H_0 : \gamma_4 = \gamma_5 = 0$ sınırlamasını F sınaması ile sınavabiliriz.
- Bu doğrultuda hesaplanan $F = 604,4$ sınama istatistiğinin p değeri $6,327 \times 10^{-18}$ olduğu için, sıfır önsavı reddedilir.

Ramsey RESET Sınaması

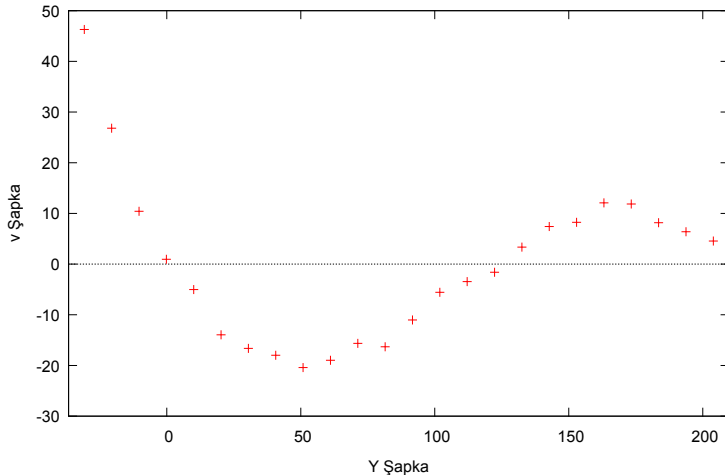
- Modelleme hatalarına ilişkin olarak J.B. Ramsey “**Bağlanım Denklemi Belirtim Hatası Sınaması**” (Regression Equation Specification Error Test), kısaca RESET adını verdiği genel bir sınama önermiştir.
- Bu sınama yaklaşımını açıklamak için $\sum \hat{u}_i$ ve $\sum \hat{u}_i \hat{Y}_i$ 'nin zorunlu olarak sıfır olduğunu anımsayalım ve toplam üretim işlevi örneğimizdeki doğrusal modele geri dönelim:

$$Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + v_i$$

- Yukarıdaki hatalı modele ait \hat{v}_i kalıntılarını alıp yakıştırılan \hat{Y}_i 'lere karşı çizersek, düzenli bir örüntü ortaya çıkar.
- Bu durum ise yakıştırılan değerler ilk bağlanımda açıklayıcı değişken olarak dikkate alınırlarsa R^2 'nin yükseleceği anlamına gelir.

Ramsey RESET Sınaması

KALINTILAR VE YAKIŞTIRILAN DEĞERLER, DOĞRUSAL MODEL



Ramsey RESET Sınamasının Adımları

Ramsey RESET sınamasının adımları şöyledir:

- 1 Sınanacak model tahmin edilir ve yakıştırılan değerler kaydedilir.
- 2 Önceki çizitte de görülebildiği gibi, \hat{v} ve \hat{Y} arasındaki ilişki doğrusal-dışı olabilmektedir. Bu nedenle \hat{Y}_i 'lerin kareleri ve gerekli olduğu düşünülüyorsa küpleri ilk modele açıklayıcı değişkenler olarak katılır ve bağlanım yeniden hesaplanır.
- 3 Yeni modele eklenen değişkenlerin R^2 'yi anlamlı biçimde artırıp artırmadığı bilindik F sınaması ile sınanır:

$$F = \frac{(R_{yeni}^2 - R_{eski}^2)/m}{(1 - R_{yeni}^2)/(n - k)}$$

- 4 Hesaplanan F sınama istatistiği anlamlı ise, belirtim hatası olmadığını öne süren sıfır önsavı reddedilir.

Lagrange Çarpanı Sınaması

- “Lagrange çarpanı” (Lagrange multiplier) ya da kısaca “LÇ” (LM), RESET sınavına benzeyen almaşık bir yöntemdir.
- Adından, kısıtlamalı bir eniyileme sorusundaki Lagrange çarpanları yöneyine dayandığı anlaşılan LÇ, uygulamada seyrek olarak bu yolla hesaplanır.
- Sınavmada bağımlı değişken olarak tahmin edilen hatalar kullanılır ve bunların X 'ler ve X^2 , X^3 gibi değişkenlere göre bağlanımı tahmin edilir.
- Hata teriminin sıfır ortalamalı ve özilintisiz beyaz gürültü olduğu varsayımı nedeniyle, açıklayıcı değişkenler anlamlı olmamalıdır.
- **Dikkat:** LÇ kavuşmazsal bir sınavmadır. Diğer bir deyişle, sonucuna ancak büyük örneklemelerde güvenilebilir.
- **Dikkat:** Kullanılan ek değişken sayısına özen gösterilmeli ve aşırı belirtimli bir modeli sınavmaktan kaçınılmalıdır.

Lagrange Çarpanı Sınamasının Adımları

SEK'in aynı zamanda EO tahmincisi olduğunun varsayılabildiği durumlar için, LÇ sınavasının adımları şöyledir:

- 1 Model tahmin edilir ve \hat{v}_i kalıntıları kaydedilir.
- 2 Model eğer hatalı ise, eldeki kalıntıların doğru modelde yer alması beklenen terimler ile ilişkili olması gereklidir. Buna göre, örnek olarak, şu yardımcı bağlantım hesaplanabilir:

$$\hat{v}_i = \theta_1 + \theta_2 X_i + \theta_3 X_i^2 + \theta_4 X_i^3 + \epsilon_i$$

- 3 Yukarıdaki bağlantıma ait gözlem sayısı ve R^2 çarpımının kavuşmazsal olarak dışlanacak değişken sayısı kadar sd ile χ^2 dağılımına uyduğu gösterilmiştir. Doğrusal-dışılık sınıdığı için X kalır, X^2 ve X^3 ise dışlanır.
- 4 nR^2 çarpımı hesaplanır. Bu sınav istatistiği anlamlı ise, sınırlı bağlantımın doğru olduğu sıfır önsavı reddedilir ve baştaki modelde belirtim hatası olduğu sonucuna varılır.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Modellemeye ilişkin konular