

Farklıserpilimsellik

Farklıserpilimselliği Düzeltmek



Ekonometri 2 – Konu 10
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)




UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Ekim 2011 

Ders Planı

- 1 Farklıserpilimselliği Düzeltmek
 - Ağırlıklı En Küçük Kareler
 - Verilerin Dönüştürülmesi

Düzeltici Önlemler

- Farklıserpilimsellik, SEK tahmincilerinin yansızlık ve doğrusallık özelliklerini bozmamaktadır.
- Ancak bu tahmincilerin etkinlik yoksunluğu önsav sınaama işlemlerini kuşkulu duruma sokar.
- Dolayısıyla düzeltici önlemlerin gerekli olduğu açıktır.
- Sorunu düzeltmede izlenecek yaklaşım, farklıserpilimsel σ_i^2 varyanslarının bilinip bilinmediğine bağlıdır.
- Eğer σ_i^2 biliniyorsa ağırlıklı en küçük kareler kullanılır.
- σ_i^2 bilinmediği zaman ise White varyansları ya da çeşitli veri dönüştürme işlemleri uygulanır.

Ağırlıklı En Küçük Kareler

- AEK yöntemini göstermek için aşağıdaki iki değişkenli ÖBİ'yi ele alalım:

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{u}_i, \quad E(\hat{u}_i^2) = \sigma_i^2$$

- Farklıserpilimsel σ_i^2 varyansları biliniyor olsun. Yukarıdaki denklemin her iki yanını ağırlık değişkeni $1/\sigma_i$ ile çarpalım:

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \hat{\beta}_1^* \left(\frac{1}{\sigma_i} \right) + \hat{\beta}_2^* \left(\frac{X_i}{\sigma_i} \right) + \left(\frac{\hat{u}_i}{\sigma_i} \right)$$

- Yukarıdaki dönüştürmeli modelin hata teriminin varyansı artık sabit ve 1'e eşittir.
- AEK yöntemi, bu dönüştürmeli modelin SEK ile tahmin edilmesi demektir.
- İlk modelin sabit terimli, dönüştürmeli modelin ise sıfır noktasından geçen bir bağlanım olduğuna dikkat ediniz.

Düzeltmeli White Varyansları

- Gerçek σ_i^2 çoğu zaman bilinemez.
- Böyle durumlarda SEK tahmincilerinin “farklıserpilimsellik tutarlı” (heteroscedasticity consistent) White varyansları kullanılabilir.
- Farklıserpilimsellik tutarlı White ölçünlü hatalarına “sağlam ölçünlü hatalar” (robust standard errors) da denmektedir.
- Birçok ekonometri yazılımı, SEK ölçünlü hataları yanında sağlam ölçünlü hataları da vermektedir.
- Sağlam ölçünlü hatalar SEK ölçünlü hatalarına göre daha büyük ya da daha küçük olabilmektedirler.
- White sürecinin sakıncası ise bunun kavuşmazsal olarak geçerli (büyük örnekleme dayalı) bir süreç olmasıdır.
- Ayrıca, White tahmincileri farklıserpilimselliği düzeltecek şekilde dönüştürülen verilerle elde edilen tahminciler kadar etkin olamayabilmektedirler.

Verilerin Dönüştürülmesi

- Verilerin dönüştürülmesi işlemi, SEK kalıntıları kullanılarak farklıserpilimselliğin gösterdiği “örüntü” (pattern) biçiminin incelenmesine dayanır.
- Yöntemi açıklamak için ikili bağlanım modelini ele alalım:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

- Hangi dönüştürme işleminin yapılacağına ve bunun hangi X değişkenine göre yapılacağına çizim yöntemi ya da Park ya da Glejser sınamaları sonucunda karar verilebilir.

$1/X_i$ Dönüştürmesi

- Hata varyansının X_i^2 ile doğru orantılı olduğunu varsayalım:

$$E(u_i^2) = \sigma^2 X_i^2$$

- Bu durumda ilk model X_i 'ye bölünerek dönüştürülebilir:

$$\begin{aligned}\frac{Y_i}{X_i} &= \frac{\beta_1}{X_i} + \beta_2 + \frac{u_i}{X_i} \\ &= \beta_1 \frac{1}{X_i} + \beta_2 + v_i\end{aligned}$$

- Böylece dönüştürülen hata terimi v_i 'nin varyansı sabit olur:

$$E(v_i)^2 = E\left(\frac{u_i}{X_i}\right)^2 = \frac{1}{X_i^2} E(u_i^2) = \sigma^2$$

- Artık dönüştürmeli modele SEK uygulanabilir. İlk modele dönmek için ise tahmin edilen model yeniden X_i ile çarpılır

Karekök Dönüştürmesi

- Hata varyansının X_i ile doğru orantılı olduğunu varsayalım:

$$E(u_i^2) = \sigma^2 X_i$$

- Bu durumda ilk model $\sqrt{X_i}$ 'ye bölünerek dönüştürülebilir:

$$\begin{aligned}\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} &= \frac{\beta_1}{\sqrt{X_i}} + \beta_2 \sqrt{X_i} + \frac{u_i}{\sqrt{X_i}} \\ &= \beta_1 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + \beta_2 \sqrt{X_i} + v_i\end{aligned}$$

- Burada $E(v_i^2) = \sigma^2$ olduğu, diğer bir deyişle v_i teriminin aynıserpilimselliği doğrulanabilir.
- β_1 ve β_2 'yi tahmin etmek için sıfır noktasından geçen SEK bağlanımı kullanılır.
- Daha sonra, bağlanımı yorumlamak için tüm değişkenler $\sqrt{X_i}$ ile çarpılarak ilk modele dönülür.

1/ $E(Y_i)$ Dönüştürmesi

- Hata varyansının Y_i 'nin ortalama değerinin karesiyle ilişkili olduğunu varsayalım:

$$E(u_i^2) = \sigma^2[E(Y_i)]^2$$

- Bu durumda ilk model aşağıdaki gibi dönüştürülebilir:

$$\begin{aligned} \frac{Y_i}{E(Y_i)} &= \frac{\beta_1}{E(Y_i)} + \beta_2 \frac{X_i}{E(Y_i)} + \frac{u_i}{E(Y_i)} \\ &= \beta_1 \frac{1}{E(Y_i)} + \beta_2 \frac{X_i}{E(Y_i)} + v_i \end{aligned}$$

- Ancak bu dönüştürme uygulanabilir değildir çünkü $E(Y_i)$ değerleri, bilinmeyen β_1 ve β_2 'ye bağlıdır.
- Bu yüzden, $E(Y_i)$ yerine tahmincisi $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$ alınır. Örneklem büyüklüğü artarken \hat{Y}_i 'ler da gerçek $E(Y_i)$ 'lere yakınsayacağı için, bu yöntem uygulamada yeterli olabilir.

Log Dönüştürmesi

- Aşağıda verilen alışıldık log dönüştürmesini ele alalım:

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + v_i$$

- Farklıserpilimsellik sorunu burada $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ gibi bir modelde olduğu kadar önemli değildir.
- Bunun nedeni, log dönüştürmesinin verilerin ölçeğini daraltarak değişkenler arası farkı azaltmasıdır.
- Log dönüştürmesinin sağladığı diğer bir yarar da β_2 eğim katsayısının Y 'nin X 'e göre esnekliğini vermesidir.
- Bu iki özellik, log modellerinin uygulamalı ekonometride yaygın olarak kullanılmasının nedenlerindedir.
- Öte yandan, log dönüştürmesi yapılırken hata teriminin ne şekilde ele alınacağı konusuna özen gösterilmelidir.

Önemli Bazı Noktalar

Ele alınan dönüştürmelerle ilgili önemli bazı noktalar şunlardır:

- İki den fazla değişken olduğu zaman, dönüştürme için hangi X 'in seçileceği konusuna dikkat edilmelidir.
- Eğer Y ya da X değişkenlerinden bazıları sıfır ya da eksi değerli olursa, log dönüştürmesi uygulanamaz.
- Bu durumda tüm gözlemleri artı yapacak şekilde seçilen artı değerli bir k sayısından yararlanılabilir.
- Zaman zaman, değişkenler ilişkisiz olsalar bile bunların oranları arasında bir “düzmece” (spurious) ilinti oluşabilir. Örnek olarak, Y_i ve X_i ilişkisizken Y_i/X_i ve $1/X_i$ ilişkili olur.
- σ_i^2 'ler bilinmeyip de çeşitli dönüştürmeler ile tahmin edildiği zaman t sınaması ve F sınaması gibi tüm sınamaya işlemleri yalnızca büyük örneklerde geçerlidir. Bu nedenle küçük örneklem tabanlı bulgular yorumlanırken dikkat edilmelidir.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Özilintinin niteliđi