

# Çoklu Bağlanım – Çıkarsama Sorunu

## Sınırlamalı Enküçük Kareler Yöntemi




Ekonometri 1 – Konu 26  
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)



# UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta  
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  
Ekim 2011 

# Ders Planı

## 1 Sınırlamalı Enküçük Kareler Yöntemi

# Sınırlamalı Enküçük Kareler Yöntemi

- İktisat kuramı zaman zaman belli bir bağlanım modelindeki katsayılar için bir takım doğrusal sınırlamalar öngörebilir.
- Örnek olarak Cobb-Douglas üretim işlevini ele alalım:

$$Y_i = \beta_1 X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} e^{u_i}$$

- Burada  $Y$  üretim,  $X_2$  emek girdisi,  $X_3$  de sermaye girdisidir.
- Modelin log-doğrusal biçimdeki gösterimi şöyledir:

$$\ln Y_i = \beta_1' + \beta_2 \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + u_i$$

- Burada  $\beta_1'$ ,  $\ln \beta_1$ 'dir.

# Sınırlamalı Enküçük Kareler Yöntemi

- Eğer ölçüğe göre sabit getiri söz konusu ise, iktisat kuramı aşağıdaki doğrusal sınırlamayı öngörür:

$$\beta_2 + \beta_3 = 1$$

- $\beta_2 + \beta_3 = 1$  gibi bir doğrusal sınırlamanın geçerli olup olmadığı,  $t$  sınaması yöntemi kullanılarak görülebilir.
- Bunun için, önce model tahmin edilir ve  $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 1$  önsavı bildik yolla sınanır:

$$t = \frac{(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) - 1}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_2) + \text{var}(\hat{\beta}_3) + 2\text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)}}$$

- Bulunan  $t$  değeri eğer seçili anlamlılık düzeyindeki kritik  $t$  değerinden büyükse,  $H_0$  reddedilir.

# Sınırlamalı Enküçük Kareler Yöntemi

- $t$  sınaması yaklaşımı, “**sınırlamasız**” (unrestricted) bağlanım bulunduktan sonra sınama yapmaya dayandığı için yeğlenmeyen bir yöntemdir.
- Daha doğru bir yaklaşım “**sınırlamalı enküçük kareler**” (restricted least squares) yöntemidir.
- Bu yöntemde göre,  $(\beta_2 = 1 - \beta_3)$  denkleme en başta koyulur ve “**sınırlamalı**” (restricted) model aşağıdaki gibi türetilir:

$$\begin{aligned}
 \ln Y_i &= \beta'_1 + (1 - \beta_3) \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + u_i \\
 &= \beta'_1 + \ln X_{2i} + \beta_3 (\ln X_{3i} - \ln X_{2i}) + u_i \\
 \ln Y_i - \ln X_{2i} &= \beta'_1 + \beta_3 (\ln X_{3i} - \ln X_{2i}) + u_i \\
 \ln(Y_i/X_{2i}) &= \beta'_1 + \beta_3 \ln(X_{3i}/X_{2i}) + u_i
 \end{aligned}$$

- Burada  $(X_{3i}/X_{2i})$  sermaye/emek oranını,  $(Y_i/X_{2i})$  ise çıktı/emek oranını gösteren önemli iktisadi büyüklüklerdir.

# Sınırlamalı Enküçük Kareler Yöntemi

- Tanımlanan sınırlamanın geçerli olup olmadığı iki bağlanımın karşılaştırılması ile bulunur:

$$F = \frac{(KKT_s - KKT_{sz})/m}{KKT_{sz}/(n - k)} = \frac{(R_{sz}^2 - R_s^2)/m}{(1 - R_{sz}^2)/(n - k)}$$

- $m$  burada doğrusal sınırlama sayısını,  $sz$  ve  $s$  ise sınırlamasız ve sınırlamalı bağlanımları göstermektedir.
- **Dikkat:** Sınırlamasız ve sınırlamalı modellerde bağımlı değişken farklı ise,  $R_{sz}^2$  ve  $R_s^2$ 'nin birlikte kullanılabilmesi için gerekli dönüşümün yapılmış olması önemlidir.

# Sınırlamalı Enküçük Kareler Açıklayıcı Örnek

- Örnek olarak, Tayvan tarım kesimi için Cobb-Douglas üretim modelini ölçeğe göre sabit getiri sınırlaması ile tahmin edelim:

$$\ln(\widehat{Y_i/X_{2i}}) = 1,7086 + 0,61298 \ln(X_{3i}/X_{2i})$$

öh
(0,4159)
(0,0933)
 $r^2 = 0,7685$

- Sınırlamasız model için  $R^2$  değeri, gerekli dönüştürmeden sonra 0,8489 olarak bulunur ve şu  $F$  istatistiği hesaplanır:

$$F = \frac{(R_{SZ}^2 - R_S^2)/m}{(1 - R_{SZ}^2)/(n - k)} = \frac{(0,8489 - 0,7685)/1}{(1 - 0,8489)/12} = 6,385$$

- $F$  çizelgesinden, gözlenen değer %5 düzeyinde anlamlı olduğu görülür ve  $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 1$  sıfır önsavı reddedilir.



# Sınırlamalı Enküçük Kareler Açıklayıcı Örnek

- Eğer sınırlamanın geçerli olduğuna karar verilmiş olsaydı, sınırlamalı model için tahmin edilen 0,61298 değeri  $\beta_3$ 'ü gösterdiği için  $\beta_2$  de 0,38702 olarak kolayca bulunurdu.
- Şimdi de sınırlamasız bağlanım bulgularına bir göz atalım:

$$\widehat{\ln Y}_i = -3,3384 + 1,4988 \ln X_{2i} + 0,4899 \ln X_{3i} \quad R^2 = 0,8890$$

$$\text{öh} \quad (2,4495) \quad (0,5398) \quad (0,1020) \quad \bar{R}^2 = 0,8705$$

- Yukarıda emek girdisi esnekliğinin istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülüyor.
- Bu örnek, yalnızca tahmin edilen katsayılar ile yetinmeyip biçimsel sınama da yapmanın daha iyi bir çözümlene için gerekliliğini göstermesi bakımından önemlidir.

# Genel $F$ Sınaması

- Bir açıklayıcı değişkenin marjinal katkısı bölümünde söz edilen “yeni” model aslında sınırlamasız modeldir. Buna göre “eski” model de  $\beta_3 = 0$  varsayımı ile sınırlamalı olur.
- Aslında, bağlanım bütününün anlamlılığını sınamaya ilişkin formüldeki payın BKT olmasının nedeni de buradaki “süper sınırlamalı” modelin KKT’sinin  $TKT_{sz} = TKT$  olmasıdır.
- Ele almış olduğumuz örneklerden de anlaşılacağı gibi,  $F$  sınaması yöntemi  $k$  değişkenli bağlanım modelindeki  $m$  anakütle katsayısının sınanması için genel bir yöntemdir.

- Örnek olarak

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 \quad (m = 1),$$

$$H_0 : \beta_3 + \beta_4 + \beta_5 = 3 \quad (m = 1),$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0 \quad (m = 2),$$

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0 \quad (m = 4)$$

gibi pek çok farklı önsav  $F$  sınaması ile sınanabilir.

# Genel $F$ Sınaması

Genel  $F$  sınamasının adımları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- 1 Birincisi geniş sınırlamasız model ve diğeri de daha dar sınırlamalı model olmak üzere iki model vardır.
- 2 Bunlardan ikincisi, birinciden bazı değişkenler çıkarılarak ya da çeşitli doğrusal sınırlamalar getirilerek elde edilir.
- 3 Daha sonra; sınırlamasız ve sınırlamalı modeller verilere yakıştırılır ve  $KKT_{SZ}$  ve  $KKT_S$  toplamları ya da  $R_{SZ}^2$  ve  $R_S^2$  belirleme katsayıları bulunur.
- 4 Eğer bağımlı değişkenler farklıysa,  $R_{SZ}^2$  ve  $R_S^2$  kullanmak için bunları önce birbirleriyle uyumlandırmak gereklidir.
- 5  $KKT_{SZ}$  için serbestlik derecesi  $(n - k)$ 'dir.  $KKT_S$  için ise serbestlik derecesi toplam kısıtlama sayısı  $m$ 'dir.
- 6 Son olarak, formülü verilen  $F$  istatistiği hesaplanır ve bu değer  $F_{\alpha}(m, n - k)$ 'den büyükse sıfır önsavı reddedilir.

# Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Diğer sınav ve konular