CEVAPLAR

ALIŞTIRMALAR 9

1. a. $\mathbb{Z}_8^* \cong \mathbb{Z}_{12}^*$

b. $\mathbb{Z}_8^* \ncong \mathbb{Z}_{10}^*$. $\mathbb{Z}_{10}^*$ devirli, $\mathbb{Z}_8^*$ devirli değil.

c. $\mathbb{Z}_8 \ncong \mathcal{D}_4$. $\mathbb{Z}_8$ abel, $\mathcal{D}_4$ Abel değil.

d. $\mathbb{Z}_6 \ncong \mathcal{S}_3$. $\mathbb{Z}_6$ abel, $\mathcal{S}_3$ Abel değil.

e. $\mathcal{D}_{12} \ncong \mathcal{S}_4$. $\mathcal{D}_{12}$'de mertebesi 12 olan eleman var, $\mathcal{S}_4$'te yok.

f. $2\mathbb{Z} \cong 3\mathbb{Z}$.

g. $\mathbb{Z} \ncong \mathbb{Q}$. $\mathbb{Z}$ devirli, $\mathbb{Q}$ değil.

h. $\mathbb{Z}_4 \ncong \mathbb{Z}$. $|\mathbb{Z}_4| \neq |\mathbb{Z}|$.

3. Φ, iyi tanımlı, işlem koruyan($\Phi((a+bi)+(c+di)) = \Phi(a+bi)+\Phi(c+di)$), bire-bir,ve örtendir. $\Phi^{-1} = \Phi$. $\Phi((a+bi)(c+di)) = \Phi((ac-bd)+(ad+bc)i) = (ac-bd)-(ad+bc)i = (a-bi)(c-di) = \Phi(a+bi)\Phi(c+di)$.

5. a. $G \leq \mathbb{R}^{2\times 2}$ aşikar. $\Phi : G \longrightarrow \mathbb{C}$, $\Phi(\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}) = a+bi$ izomorfizmdir.

b. $G^* \leq GL(2,\mathbb{R})$ aşikar. $\Phi : G^* \longrightarrow \mathbb{C}^*$, $\Phi(\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}) = a+bi$ izomorfizmdir.

7. a. $i_g = i_h \Longleftrightarrow (i_h)^{-1} i_g = i_e \Longleftrightarrow h^{-1}g = i_e \Longleftrightarrow h^{-1}g \in M(G)$.

b. $\Psi : G \longrightarrow \dot{I}\text{ç}(G)$, $\Psi(g) = i_g$, çekirdeği $M(G)$ olan bir örten homomorfizmdir.

9.
$$\begin{aligned} xy = (y^{-1}x^{-1})^{-}1 = \Phi(y^{-1}x^{-1}) &= \Phi(y^{-1})\Phi(x^{-1}) \\ &= (y^{-1})^{-1}(x^{-1})^{-1} = yx. \end{aligned}$$

11. $G = \{\sigma \in \mathcal{S}_8 : \sigma(8) = 8\} \leq \mathcal{S}_8$ aşikar. $K_7 = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ olmak üzere, $\Psi : G \longrightarrow \mathcal{S}_7$, $\Psi(\sigma) = \sigma_{|_{K_7}}$ izomorfizmdir.

13. $\dot{I}\text{ç}(G) = \{i_I,\ i_A,\ i_B,\ i_C\}$.

15. Evet. Cayley Teoremi.