

CEVAPLAR

ALIŞTIRMALAR 3

1. **a.** Grup değil. $z \in \mathbb{N}$, $-z \notin \mathbb{N}$.
b. Grup değil. Birleşme özelliği yok.
c. Grup değil. 0 in tersi yok.
ç. Değişmeli grup; birim eleman 1.
d. Grup değil. Birleşme özelliği yok.
e. Değişmeli grup; birim eleman 3; $a^{-1} = \frac{9}{a}$.
f. Değişmeli grup; birim eleman 1; $(a + ib)^{-1} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$.
g. Değişmeli grup; birim eleman $(0, 0)$; (x, y) nin tersi $(-x, -y)$.
h. Grup değil. Tersinir olmayan elemanlar var.
3. **a.** Birim eleman 0; a nın tersi $\frac{-a}{a+1}$.
b. $2*x*3 = 5 \implies (2*3)*x = 5 \implies 11*x = 5 \implies x = 5*\frac{-11}{12} = \frac{-1}{2}$.
5. n üzerinde tümevarım.
7. Her $a \in G$ için $a * a = e \implies a' = a$. Bu nedenle, her $a, b \in G$ için $a * b = (a * b)' = b' * a' = b * a$.
9. $G = GL(2, \mathbb{Q})$, $a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.
11. $n \geq 0$ için tümevarım; $n < 0$ için $(xy)^{-1} = x^{-1}y^{-1}$ olduğu kullanılarak $(xy)^n = (x^{-1}y^{-1})^{-n} = (x^{-1})^{-n}(y^{-1})^{-n} = x^n y^n$. Abel olmayan gruplar için bu sonuç $n = 1$ durumunda dahi yanlıştır.
13. **Önerme 1.** G bir grup; $x, y, a, b \in G$ olsun. Bu takdirde
(i) $a + x = b \iff x = -a + b$ (ii) $y + a = b \iff y = b - a$
(iii) $a + x = a + y \implies x = y$ (iv) $x + b = y + b \implies x = y$ dir.

15. Önerme 2. G bir toplamsal grup ise, her $x \in G$ ve $m, n \in \mathbb{Z}$ için

(i) $m(-x) = -(mx) = (-m)x$

(ii) $mx + nx = (m + n)x$

(iii) $n(mx) = (nm)x$ dir.

17. Birleşme özelliği var; birim eleman e ; her elemanın tersi kendisi; dolayısıyla, değişme özelliği de var.