CEVAPLAR

ALIŞTIRMALAR 1

1. β yansıma, simetri ve geçişme özelliklerine sahiptir; ters-simetri özelliği yoktur ($1\beta 3$ ve $3\beta 1$ fakat $1 \neq 3$). β, bir denklik bağıntısıdır; kısmi sıralama bağıntısı değildir.

3. a. Yansıma: Her $x \in \mathbb{R}$ için $x-x=0$, dolayısıyla, $x\beta x$. Simetri: Her $x, y \in \mathbb{R}$ için $x\beta y \Longrightarrow x-y \in \mathbb{Z} \Longrightarrow y-x \in \mathbb{Z} \Longrightarrow y\beta x$. Geçişme: Her $x, y, z \in \mathbb{R}$ için $x\beta y, y\beta z \Longrightarrow x-y, y-z \in \mathbb{Z} \Longrightarrow x-z \in \mathbb{Z} \Longrightarrow x\beta z$.

b. $\mathbb{Z}\beta = \{[x]_\beta : x \in [0,1)\}$. Tam temsilciler kümesi $[0,1)$.

5. $K = \{0,1,2,3,4\}$ kümesi üzerinde $x\beta y \Longleftrightarrow 3 \mid (y-x)$ tanımlansın.

a. Yansıma: Her $x \in K$ için $3 \mid (x-x) = 0$. Simetri: Her $x, y \in K$ için $3 \mid (x-y) \Longrightarrow 3 \mid (y-x)$. Geçişme: Her $x, y, z \in K$ için $3 \mid (x-y), \quad 3 \mid (y-z) \Longrightarrow 3 \mid (x-z)$.

b. $K/\beta = \{\{0,3\},\ \{1,4\},\ \{2\}\}$.

7. a. $i \neq j$ için $K_i \neq K_j$ ve $K = K_1 \cup K_2 \cup K_3$.

b. $\beta = \{(0,0),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(0,3),(3,0,(1,4),(4,1)\}$.

c. Aynı denklik bağıntısıdır.

9. Yansıma: Her $(x,y) \in K$ için $x \leq x$ ve $y = y$; dolayısıyla, $(x,y)\,\beta\,(x,y)$. Ters-simetri: $(x_1,y_1), (x_2,y_2) \in K$; $(x_1,y_1)\,\beta\,(x_2,y_2)$ ve $(x_2,y_2)\,\beta\,(x_1,y_1)$ ise, $x_1 \leq x_2,\ y_1 = y_2$ ve $x_2 \leq x_1,\ y_2 = y_1$ olacağından $(x_1,y_1) = (x_2,y_2)$ olur. Geçişme: $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3) \in K$; $(x_1,y_1)\ \beta\ (x_2,y_2)$ ve $(x_2,y_2)\ \beta\ (x_3,y_3)$ ise, $x_1 \leq x_2,\ y_1 = y_2$ ve $x_2 \leq x_3,\ y_2 = y_3$ olacağından, $x_1 \leq x_3,\ y_1 = y_3$ ve dolayısıyla, $(x_1,x_2)\ \beta\ (x_3,y_3)$ olur. $\{(1,y) : y \in \mathbb{R}\}$ kümesinin her elemanı maksimal.