Bölüm 7: Fresnel Eşitlikleri
Alıştırmalar

7.1 Kırılma indisleri farklı olan iki ortanın ara yüzeyine gelen ve kırılan ışığın dalga vektörlerinin farkının Δk=k_i-k_t ara yüzey normal vektörüne paralel olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$\vec{k}_i = (k_o \sin\theta_i)\hat{i} + (k_o \cos\theta_i)\hat{j}$$
$$\vec{k}_t = (k_o n \sin\theta_t)\hat{i} + (k_o n \cos\theta_t)\hat{j}$$
$$\vec{k}_t = (k_o \sin\theta_i)\hat{i} + (k_o (n^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2})\hat{j}$$
$$\vec{k}_i - \vec{k}_t = \left[(k_0 \sin\theta_i)\hat{i} + (k_o \cos\theta_i)\hat{j}\right] - \left[(k_o \sin\theta_i)\hat{i} + (k_o (n^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2})\hat{j}\right]$$

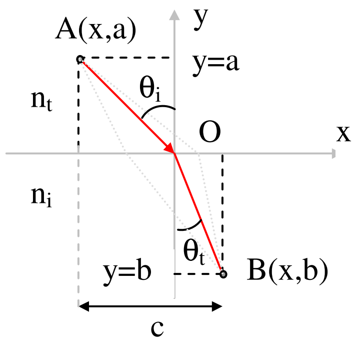
$$\vec{k}_i - \vec{k}_t = \left[k_o \cos\theta_i - k_o (n^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}\right]\hat{j} \,//\, \hat{u}$$

7.2 En az hareket ilkesini kullanarak Snell yasasını türetiniz.

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

Çözüm:

Işığın kırılma insisi n_i olan birinci ortamda A noktasından, kırılma indisi n_t olan ikinci ortamdaki B noktasına giderken izleyeceği yollara bakalım. A ve B arasında bir çok olası yol bulunmaktadır. Işık bu yollardan sadece bir tanesini izler, o da faz terimini minimum yapacak optik yoldur. Eğer faz farkını min. Yapan yol bulunursa, ki bu da Snell kanununa eşit olmaktadır.



$$optik\ \ yol = n_i d_i + n_t d_t = f = sbt \qquad \sin\theta_i = \frac{x}{\sqrt{(x^2+a^2)}} \qquad \sin\theta_t = \frac{x}{\sqrt{(x^2+b^2)}}$$

$$optik\ \ yol = n_i (x^2+a^2)^{1/2} + n_t (x^2+b^2)^{1/2} = f$$

$$\frac{d(optik\ \ yol)}{dx}=\frac{d\left[n_i(x^2+a^2)^{1/2}+n_t(x^2+b^2)^{1/2}\right]}{dx}=f$$

Optik yolu minimum yapan koşul (x değerleri) veya extreme durumlar:

$$\frac{d(optikyol)}{dx}=n_i\frac{2x}{2(x^2+a^2)^{1/2}}+n_t\frac{2x}{2(x^2+b^2)^{1/2}}=0$$ koşulundan bulunabilir.

$$n_i\frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}+n_t\frac{x}{(x^2+b^2)^{1/2}}=n_i\sin\theta_i+n_t\sin\theta_t=0$$ => $n_i\sin\theta_i=n_t\sin\theta_t$

Eğer n_i=n_t olursa en az hareket geometrik yola eşit olur. a=b olursa

--

En az iş ilkesine göre:

Işığın A'dan B'ye en kısa zamanda gelmesi için zamanı x'e göre minimum yapmak gerekecektir.

Toplam zaman $t=\frac{AO}{v_i}+\frac{OB}{v_t}$

$$t=\frac{(a^2+x^2)^{1/2}}{v_i}+\frac{(b^2+(c-x)^2)^{1/2}}{v_t}$$

$$\frac{dt}{dx}=\frac{x}{v_i(x^2+a^2)^{1/2}}+\frac{-(c-x)}{v_t(b^2+(c-x)^2)^{1/2}}=0$$

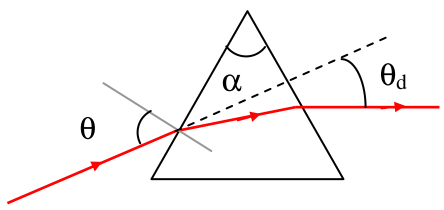
Şekilden

$$\sin\theta_i=\frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}\qquad\qquad \sin\theta_t=\frac{(c-x)}{(b^2+(c-x)^2)^{1/2}}$$

$$\frac{\sin\theta_i}{v_i}=\frac{\sin\theta_t}{v_t}$$

--

7.3 Havadan, kırılma indisi n, tepe açısı α olan prizmaya gelen ışığın



(a) prizmadan sapma açısının θ_s geliş doğrultusu ile yaptığı açının

$$\theta_s = \theta - \alpha + \sin^{-1}\left[(n^2 - \sin^2\theta)^{1/2}\sin\alpha - \sin\theta\cos\alpha\right]$$

olarak verilebileceğini gösteriniz.

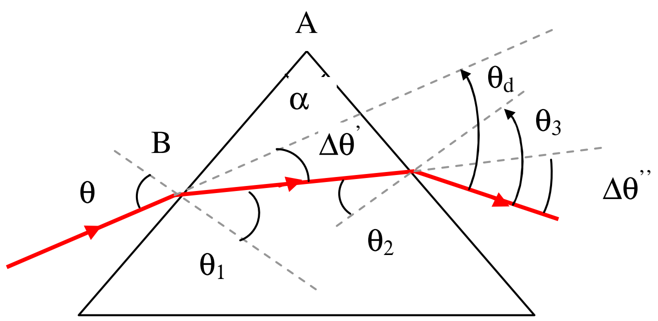
(b) İnce prizma ve küçük geliş açısında gelen ışığın sapma açısının basitçe

$$\theta_s \cong (n-1)\alpha$$

şeklinde verilebileceğini gösteriniz.

Çözüm:

(a)



$\Delta\theta' = \theta - \theta_1$

$\Delta\theta'' = \theta_3 - \theta_2$

Geliş doğrultusundan toplam sapma $\theta_s = \Delta\theta' + \Delta\theta'' = \theta - \theta_1 - \theta_2 + \theta_3$

ABC üçgeninde iç açıların toplamı $(90^o - \theta_1) + (90^o - \theta_2) + \alpha = 180^o$ =>

$\alpha = \theta_1 + \theta_2$

$\theta_s = \theta - \alpha + \theta_3$

θ_3 ü α ve geliş açısı (θ) cinsinden yazarsak (Her iki yüzeyde Snell yasasını yazarak açılar arasındaki ilişki kurulabilir)

$\sin\theta = n\sin\theta_1$

$n\sin\theta_2 = \sin\theta_3$

$$\theta_3 = \sin^{-1}[n\sin\theta_2] = \sin^{-1}[n\sin(\alpha-\theta_1)]$$
$$\theta_2 = \alpha - \theta_1$$
$$\theta_1 = \sin^{-1}(\frac{1}{n}\sin\theta)$$

$$\theta_3 = \sin^{-1}\left[n\sin(\alpha - \sin^{-1}(\frac{1}{n}\sin\theta)\right]$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a\cos b \pm \cos a \sin b\ ?$$

$$\theta_s = \theta - \alpha + \sin^{-1}\left[n\sin\alpha\cos(\sin^{-1}(\frac{1}{n}\sin\theta)) - n(\frac{1}{n})\sin\theta\cos\alpha\right]$$

$$\cos(\sin^{-1}(\frac{1}{n}\sin\theta) = ?$$

$$\theta_s = \theta - \alpha + \sin^{-1}\left[(n^2 - \sin^2\theta)^{1/2}\sin\alpha - \sin\theta\cos\alpha\right]$$

(b) $\sin\theta \cong \theta \qquad \sin\alpha \cong \alpha$

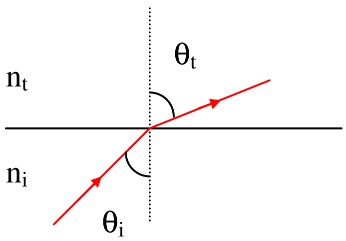
$$\theta_s \cong (n-1)\alpha$$

7.4 İç yansıma ($n_i > n_t$ olduğu durum) için r_s ve r_p Fresnel eşitliklerini türeterek bunların

$$r_s = \frac{\cos\theta_i - (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}{\cos\theta_i + (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}} \qquad r_p = \frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}$$

olduğunu gösteriniz. Burada n_i ve n_t, sırası ile birinci ve ikinci ortamın kırılma indislerini, $n_{it} \equiv n_i/n_t$, $n_{ti} \equiv n_t/n_i$ bağıl kırılma indislerini, θ_i birinci ortamda ışığın yüzey normali ile yaptığı açıyı göstermektedir.

Çözüm:



Snell yasasından $\sin\theta_t = \left(\frac{n_i}{n_t}\right)\sin\theta_i = n_{it}\sin\theta_i$ ve $\cos\theta_t = (1-\sin^2\theta_t)^{1/2}$

trigonometrik eşitliği ile birlikte s-kutuplu dalga için Fresnel yansıtma katsayısı r_s ifadesinde

$$r_s \equiv \frac{E^s_{or}}{E^s_{oi}} = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t}$$

kullanılırsa ve $n_{ti} \equiv n_t/n_i$

$$r_s = \frac{\cos\theta_i - n_{ti}\cos\theta_t}{\cos\theta_i + n_{ti}\cos\theta_t} = \frac{\cos\theta_i - n_{ti}\left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}{\cos\theta_i + n_{ti}\left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}} = \frac{\cos\theta_i - \left[n_{ti}^2-\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}{\cos\theta_i + \left[n_{ti}^2-\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}$$

$$r_s = \frac{\cos\theta_i - (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}{\cos\theta_i + (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}$$

elde edilir. İç yansımada her zaman $n_{ti} < 1$ olduğundan, rs karmaşık sayı olur.

Benzer şekilde Snell Yasası'ndan

$$\sin\theta_i = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)\sin\theta_t = n_{ti}\sin\theta_t \text{ ve } \cos\theta_i = (1-\sin^2\theta_i)^{1/2}$$

trigonometrik eşitliği r_p ifadesinde

$$r_p = \frac{E^p_{or}}{E^p_{oi}} = \frac{n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t}$$

kullanılarak $n_{it} \equiv n_i/n_t$ kısaltması yapılırsa

$$r_p = \frac{n_{ti}\cos\theta_i - \cos\theta_t}{n_{ti}\cos\theta_i + \cos\theta_t} = \frac{n_{ti}\cos\theta_i - \left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}{n_{ti}\cos\theta_i + \left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}} = \frac{n_{ti}\cos\theta_i - \left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}{n_{ti}\cos\theta_i + \left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}$$

$$r_p = \frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - n_{ti}\left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + n_{ti}\left[1-n_{it}^2\sin^2\theta_i\right]^{1/2}} = \frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - \left[n_{ti}^2-\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + \left[n_{ti}^2-\sin^2\theta_i\right]^{1/2}}$$

$$r_p = \frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + (n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i)^{1/2}}$$

elde edilir. İç yansımada her zaman $n_{ti} < 1$ olduğundan, r_p karmaşık sayı olur.

7.5 Herhangi bir ara yüzey için

(a) Brewster açısında gelen ışığın gelme (θ_i) ve yansıma açılarının (θ_t) her zaman $\theta_i+\theta_t=90^o$ şartını sağladığını gösteriniz.

(b) Brewster açısının ortamların kırılma indisleri cinsinden $\tan\theta_p = n_t/n_i$ şeklinde verilebileceğini gösteriniz.

(c) Brewster açısı iç ve dış yansıma durumunda aynı iki ortam için birbirinin eşleniği

$$\theta_p + \theta'_p = 90^o$$

olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

(a)
p-kutuplu ışık için yansıtma katsayısı

$$r_p = +\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

paydadaki $\tan(\theta_i+\theta_t)$ fonksiyonunu sonsuz yapan açı değerinden

$\theta_i+\theta_t=90^o$ => $\tan(90^o)=\infty$ => $r_p=0$

(b)
p-kutuplu ışık için yansıtma katsayısı

$$r_p = +\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

paydadaki $\tan(\theta_i+\theta_t)$ fonksiyonunu sonsuz yapan açı değerinden

$\theta_i+\theta_t=90^o$ => $\tan(90^o)=\infty$ => $r_p=0$

bulunabilir. Bu açı değerinde $r_p(\theta_i=\theta_p)=0$ de sıfıra eşit olur.

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

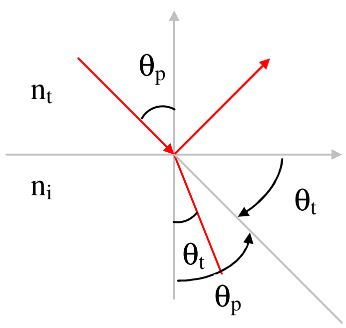
$\theta_p + \theta_t = 90^o$ => $\theta_t = 90^o - \theta_p$ trigonometrik eşitlik $\sin(90^o - \theta) = \cos\theta$

$$n_i \sin\theta_p = n_t \sin(90^o - \theta_p) = n_t \cos\theta_p$$

$$\frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} = \frac{n_t}{n_i} \Rightarrow \tan\theta_p = \frac{n_t}{n_i} \Rightarrow \theta_p = \arctan\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

Brewster açısı ortamların kırılma indisleri cinsinden

$$\theta_p = \arctan(\frac{n_t}{n_i})$$



(c)

$$\tan\theta_p = \frac{n_t}{n_i} = \frac{1}{\tan\theta'_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} = \frac{\cos\theta'_p}{\sin\theta'_p} \quad \Rightarrow \quad \sin\theta_p \sin\theta'_p = \cos\theta'_p \cos\theta_p$$

$$\sin\theta_p \sin\theta'_p - \cos\theta'_p \cos\theta_p = 0 \Rightarrow \cos(\theta_p + \theta'_p) = 0 \Rightarrow \theta_p + \theta'_p = 90^o$$

7.6 (a) Kırılma indisi sırası ile n_i ve n_t olan ara yüzeye normal doğrultuda gelen ışığın yansıtma ve geçirme katsayılarının sırası ile

$$R(\theta_i = 0^o) = R_s = R_p = \left|\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}\right|^2 \qquad T(\theta = 0) = T_s = T_p = \frac{4 n_t n_i}{(n_i + n_t)^2}$$

olduğunu gösteriniz.

(b) R ve T katsayılarını

i) hava- cam ara yüzeyi

ii) hava-silisyum ara yüzeyi

iii) hava-GaAs ara yüzeyi

için hesaplayınız.

(c) Kırılma indisinin karmaşık sayı olduğu durumda yansımanın $R(\theta_i = 0^o) = R_s = R_p = \dfrac{(n-1)^2 + K^2}{(n+1)^2 + K^2}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

(a)

$$r_s \equiv \frac{E^s_{or}}{E^s_{oi}} = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} \qquad r_p = \frac{E^p_{or}}{E^p_{oi}} = \frac{n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t}$$

$$R_s = r_s . r_s^* = r_s . r_s = |r_s|^2$$

$\theta_i \to 0 \Rightarrow \theta_t \to 0$ (Snell Yasasından)

$$r_s(\theta = 0^o) = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}$$

$$R_p = r_p . r_p^* = r_p . r_p = |r_p|^2$$

$\theta_i \to 0 \Rightarrow \theta_t \to 0$ (Snell Yasasından) $r_p = \dfrac{E^p_{or}}{E^p_{oi}} = \dfrac{n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t} = \dfrac{n_t - n_i}{n_t + n_i}$

$$R(\theta_i = 0^o) = R_s = R_p = |r_{s,p}|^2 = \left|\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}\right|^2$$

$$t_s = +\frac{2n_i \sin\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\sqrt{(1-\sin^2\theta_i)}} \qquad t_p = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_t\cos\theta_i + n_i\sqrt{(1-\sin^2\theta_i)}}$$

$$T_s = \left(\frac{n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i}\right) t_s.t_s^* = \left(\frac{n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i}\right)|t_s|^2$$

$\theta_i \to 0 \Rightarrow \theta_t \to 0$ (Snell Yasasından) $t_s(\theta_i \to 0^o) = \dfrac{2n_i\sin\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\sqrt{(1-\sin^2\theta_i)}} \Rightarrow t_s = \dfrac{2n_i}{n_i+n_t}$

$$T_s(\theta_i \to 0^o) = \left(\frac{n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i}\right) t_s.t_s^* = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)|t_s|^2$$

$$T_s(\theta_i \to 0^o) = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)|t_s|^2 = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)\left(\frac{2n_i}{n_i+n_t}\right)^2 = \frac{4n_in_t}{(n_i+n_t)^2}$$

$$T_p = \left(\frac{n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i}\right) t_p.t_p^* = \left(\frac{n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i}\right)|t_p|^2$$

$\theta_i \to 0 \Rightarrow \theta_t \to 0$ (Snell Yasasından) $t_p(\theta_i \to 0^o) = \dfrac{2n_i\sin\theta_i}{n_t\cos\theta_i + n_i\sqrt{(1-\sin^2\theta_i)}} \Rightarrow t_p = \dfrac{2n_i}{n_t+n_i}$

$$T_p(\theta_i \to 0^o) = \left(\frac{n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i}\right) t_p.t_p^* = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)|t_p|^2$$

$$T_p(\theta_i \to 0^o) = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)|t_p|^2 = \left(\frac{n_t}{n_i}\right)\left(\frac{2n_i}{n_i+n_t}\right)^2 = \frac{4n_in_t}{(n_i+n_t)^2}$$

$$T(\theta=0) = T_s = T_p = \frac{4n_tn_i}{(n_i+n_t)^2}$$

(b)

(i) n_{hava}=1, n_{cam}=1.546 (kuartz) (0.546 μm)

$$R_{hava-cam}(\theta_i = 0^o) = \left|\frac{n_t-n_i}{n_t+n_i}\right|^2 = \left|\frac{n_{cam}-n_{hava}}{n_{cam}+n_{hava}}\right|^2 = \left|\frac{n_{cam}-1}{n_{cam}+1}\right|^2 = \left|\frac{1.546-1}{1.546+1}\right|^2 = 0.0459$$

$$T_{hava-cam}(\theta=0) = \frac{4n_tn_i}{(n_i+n_t)^2} = \frac{4n_{cam}n_{hava}}{(n_{cam}+n_{hava})^2} = \frac{4n_{cam}}{(n_{cam}+1)^2} = \frac{4(1.546)}{(1.546+1)^2} = 0.9540$$

$$R_{hava-cam}(\theta=0) + T_{hava-cam}(\theta=0) = 0.0459 + 0.9540 = 1$$

(ii) $n_{hava}=1$, $n_{silisyum}=3.42$ (10 μm)

$$R_{hava-silisyum}(\theta_i=0^o)=\left|\frac{n_t-n_i}{n_t+n_i}\right|^2=\left|\frac{n_{Si}-n_{hava}}{n_{Si}+n_{hava}}\right|^2=\left|\frac{n_{Si}-1}{n_{Si}+1}\right|^2=\left|\frac{3.42-1}{3.42+1}\right|^2=0.2998$$

$$T_{hava-silisyum}(\theta=0)=\frac{4n_tn_i}{(n_i+n_t)^2}=\frac{4n_{hava}n_{Si}}{(n_{hava}+n_{Si})^2}=\frac{4n_{Si}}{(n_{Si}+1)^2}=\frac{4(3.42)}{(3.42+1)^2}=0.7002$$

$$R_{hava-Si}(\theta=0)+T_{hava-Si}(\theta=0)=0.2998+0.7002=1$$

(ii) $n_{hava}=1$, $n_{GaAs}=3.16$ (10 μm)

$$R_{hava-GaAs}(\theta_i=0^o)=\left|\frac{n_t-n_i}{n_t+n_i}\right|^2=\left|\frac{n_{GaAs}-n_{hava}}{n_{GaAs}+n_{hava}}\right|^2=\left|\frac{n_{GaAs}-1}{n_{GaAs}+1}\right|^2=\left|\frac{3.16-1}{3.16+1}\right|^2=0.2696$$

$$T(\theta=0)=\frac{4n_tn_i}{(n_i+n_t)^2}=\frac{4n_{GaAs}n_{hava}}{(n_{hava}+n_{GaAs})^2}=\frac{4n_{GaAs}}{(n_{GaAs}+1)^2}=\frac{4(3.16)}{(3.16+1)^2}=0.7304$$

$$R_{hava-GaAs}(\theta=0)+T_{hava-GaAs}(\theta=0)=0.2696+0.7304=1$$

(c)

$$R(\theta_i=0^o)=r.r^*=\left(\frac{\hat{n}_t-1}{\hat{n}_t+1}\right).\left(\frac{\hat{n}_t-1}{\hat{n}_t+1}\right)^*=\left(\frac{(n_t+iK_t)-1}{(n_t+iK_t)+1}\right).\left(\frac{(n_t+iK_t)-1}{(n_t+iK_t)+1}\right)^*$$

$$R(\theta_i=0^o)=\left(\frac{(n_t-1)+iK_t}{(n_t+1)+iK_t}\right).\left(\frac{(n_t-1)-iK_t}{(n_t+1)-iK_t}\right)$$

$$R(\theta_i=0^o)=\left(\frac{(n_t-1)+iK_t}{(n_t+1)+iK_t}\right).\left(\frac{(n_t-1)-iK_t}{(n_t+1)-iK_t}\right)=\frac{(n_t-1)^2+K_t^2}{(n_t+1)^2+K_t^2}$$

$$R(\theta_i=0^o)=R_s=R_p=\frac{(n-1)^2+K^2}{(n+1)^2+K^2}$$

7.7 Yüzeye normal doğrultuda gelen ışık için

(a) yansıyan $$J_r=\frac{(n_i-n_t)}{(n_i+n_t)}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

(b) geçen $$J_t=\frac{2n_i}{(n_i+n_t)}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

ışığı tanımlayan Jones matrislerinin olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

(a)

$$J_r=\begin{bmatrix}-r_p & 0\\ 0 & r_s\end{bmatrix}$$

Normal doğrultuda s- ve p-kutuplu ışık için Fresnel katsayıları

$$r_p = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)}, \qquad r_s = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)}$$

$$J_r = \begin{bmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} & 0 \\ 0 & \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \end{bmatrix} = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

$$J_t = \begin{bmatrix} t_p & 0 \\ 0 & t_s \end{bmatrix}$$

Normal doğrultuda s- ve p-kutuplu ışık için Fresnel katsayıları

$$t_p = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)}, \qquad t_s = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)}$$

$$J_t = \begin{bmatrix} t_p & 0 \\ 0 & t_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} & 0 \\ 0 & \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \end{bmatrix} = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7.8 (a) Ara yüzeye normal doğrultuda gelen sol el yönlü kutuplu ışığın yansıdıktan sonra sağ el kutuplu olacağını Jones gösterimi ile gösteriniz.

(b) Geçen ışığın kutupluluk durumunu bulunuz

Çözüm:

(a) Yüzeye normal gelen ışık için Jones matrisleri

$$J_r = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Buna göre yüzeye sol el yönünde kutuplu gelen ışık yansıdıktan sonra

$$A = J_r B_{solel} = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = -\frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

sağ el yönlü olmuştur.

(b)

$$A = J_t B_{solel} = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

$$A = J_t B_{sağel} = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

sağ ve sol el yönlü kutuplu ışık kutuplanma doğrultusunu koruyarak ikinci ara yüzeye geçer.

7.9 Ara yüzeye gelen doğrusal kutuplu ışığın kutupluluk özelliğinin değişmeyeceğini gösteriniz.

Çözüm:

Yüzeye normal gelen ışık için Jones matrisleri

$$J_r = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad J_t = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Buna göre yüzeye sol el yönünde kutuplu gelen ışık yansıdıktan sonra

$$A = J_r B_x = \frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -\left[\frac{(n_i - n_t)}{(n_i + n_t)} \right] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Genlik (-) olmuştur bunun anlamı arada 180^o faz farkı oluşmuştur.

$$A = J_t B_x = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2n_i}{(n_i + n_t)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sağ ve sol el yönlü kutuplu ışık kutuplanma doğrultusunu koruyarak ikinci ara yüzeye geçer.