

Math 121

Ali Nesin

6-Kasım-1997

Tanım: Eğer A ve B iki küme ise, $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ olsun.

1. A, B, C kümeleri X in üç altkümesi olsun.

a) $(A \cap C) \setminus (B \cap C) \subseteq A \setminus B$ olduğunu gösterin.

b) $(A \cup C) \setminus (B \cup C) \subseteq A \setminus B$ olduğunu gösterin.

c) $A^c \setminus B^c \subseteq B \setminus A$ olduğunu gösterin.

d) $(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \subseteq (A \setminus B)$ olduğunu gösterin.

e) $(A \setminus C) \setminus (A \setminus B) \subseteq (B \setminus C)$ olduğunu gösterin.

2. X bir küme olsun. X 'in iki A ve B altkümesi için $A \equiv B$ ilişkisini “ $A \Delta B$ sonludur” koşuluyla tanımlayalım.

a) Bunun $\wp(X)$ üzerinde bir denklik ilişkisi olduğunu gösterin.

b) Eğer X sonluysa $\wp(X)/\equiv$ kümesinin sadece bir elemanı olduğunu gösterin.

c) Bunun tersini yani eğer $\wp(X)/\equiv$ kümesinin sadece bir elemanı varsa o zaman X 'in sonlu olduğunu gösterin.

d) $\wp(\mathbb{N})/\equiv$ kümesinin sonsuz elemanı olduğunu gösterin.

Her $A, B, A_1, B_1 \subseteq X$ için, eğer $A \equiv A_1$ ve $B \equiv B_1$ ise, o zaman

e) $A \cap B \equiv A_1 \cap B_1$. (1a yı kullanabilirsiniz.)

f) $A \cap B \equiv A_1 \cap B_1$. (2e yi kullanabilirsiniz.)

g) $A \cup B \equiv A_1 \cup B_1$. (1b yi kullanabilirsiniz.)

h) $A \cup B \equiv A_1 \cup B_1$. (2g yi kullanabilirsiniz.)

i) $A^c \equiv A_1^c$. (1c yi kullanabilirsiniz.)

j) $A \setminus B \equiv A_1 \setminus B_1$ (1d yi kullanabilirsiniz.)

k) $A \setminus B \equiv A_1 \setminus B_1$ (1e yi kullanabilirsiniz.)

l) $A \Delta B \equiv A_1 \Delta B_1$ (2j,k yı kullanabilirsiniz.)

3) Herşey yukarıdaki gibi olsun. Eğer $\wp(X)/\equiv$ sonluysa o zaman X 'in sonlu olduğunu ve $\wp(X)/\equiv$ kümesinin sadece bir elemanı olduğunu gösterin. (Eğer tanım Dedekind Sonluluğu değilse Seçim Aksiyomuna ihtiyacınız vardır.)