Konu 24.242. Mantık II. Son ev ödevinin cevapları

Kipsel tümcesel kalkülüs için bir *normal kipsel sistem*in aşağıdaki koşulları sağlayan Γ formüllerinin bir kümesi olduğunu anımsayın:

(TC) Γ'nın her totolojik sonucu Γ'ya aittir.

(Nec) Eğer ϕ, Γ'ya aitse □ϕ de aittir.

(K) (□(ϕ → ψ) → (□ϕ → □ψ)) şemasının bütün oluşumları Γ'ya aittir.

1. Bir *W* kümesi üzerine bir *R* bağıntısı *simetrik*tir ancak ve ancak *W*'ye ait her *v* ve *w* için, eğer *Rwv* ise *Rvw*'dir ise. KB,

(B) (◊□ϕ → ϕ)

şemasının bütün oluşumlarını içeren en küçük normal kipsel sistem olsun.

Bir tümce, KB'ye ait olduğunu ancak ve ancak o, *R*'nin simetrik olduğu <*W,R,I*> çerçevelerinin sınıfı için geçerliyse gösterin.

**Öncelikle (B)'nin simetrik çerçevelerin sınıfı için geçerli olduğunu gösteririz. R'nin simetrik olduğunu ve ◊□ϕ'nin <W,R,I> çerçevesindeki w dünyasında doğru olduğunu varsayın. Bu durumda içinde □ϕ'nin doğru olduğu, w'den erişilebilir bir v dünyası vardır. Dolayısıyla ϕ, v'den erişilebilir her dünya içinde doğrudur. Hususi olarak, ϕ, w içinde doğrudur çünkü simetri vasıtasıyla w, v'den erişilebilirdir. Bu yüzden (◊□ϕ → ϕ), <W,R,I> içinde geçerlidir.**

**Γ, simetrik çerçevelerin sınıfı için geçerli olan tümcelerin kümesi olsun. Γ, (B)'yi içeren bir normal kipsel sistemdir ve bu nedenle Γ, KB'yi içerir. Eğer bir ϕ tümcesi KB içinde değilse Γ içinde olmadığını göstermemiz gerekir. Yani, eğer ϕ, KB içinde değilse içinde ϕ'nin yanlış olduğu bir dünyanın içinde olduğu bir simetrik çerçevenin olduğunu göstermemiz gerekir. Biliyoruz ki KB için kanonik çerçeve, içinde ϕ'nin yanlış olduğu bir dünya içerir; bu yüzden KB için kanonik çerçevenin simetrik olduğunu göstermek yeterli olacaktır.**

**w ve v'nin KB için kanonik çerçevenin içinde olan dünyalar olduğunu ve Rwv olduğunu varsayın. Rvw olduğunu görmemiz gerekir, yani, ne zaman □ψ, v'nin içindeyse ψ'nin w'nin içinde olduğunu görmemiz gerekir. □ψ, v içinde doğru olduğu için ◊□ψ, v'ye erişimi olan her dünya içinde doğrudur; hususi olarak, ◊□ψ, w içinde doğrudur. (◊□ψ → ψ), w içinde doğru olduğu için bundan ψ'nin w içinde doğru olduğu sonucu çıkar ve bu nedenle ψ *∈* w.**

2. (4) (□ϕ → □□ϕ)

şemasının bütün oluşumları,

(L) (□(□ϕ → ϕ) → □ϕ)

şemasının bütün oluşumlarını içeren en küçük normal kipsel sistemin elemanlarıdır diyen de Jongh'un teoremini ispat edin.

[İpucu: Kullanacağınız (L) şemasının oluşumu, (□(□(ϕ ⋀ □ϕ) → (ϕ ⋀ □ϕ)) → □(ϕ ⋀ □ϕ))'dir.]

**1. ((ϕ** ⋀ **□ϕ) → ϕ) (TC)**

**2. □((ϕ** ⋀ **□ϕ) → ϕ) (Nec), 1**

**3. (□((ϕ** ⋀ **□ϕ) → ϕ) → (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → □ϕ)) (K)**

**4. (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → □ϕ) (TC), 2, 3**

**5. (ϕ → (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → (ϕ** ⋀ **□ϕ))) (TC), 4**

**6. □(ϕ → (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → (ϕ** ⋀ **□ϕ))) (Nec), 5**

**7. (□(ϕ → (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → (ϕ** ⋀ **□ϕ))) → (□ϕ → □(□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → (ϕ** ⋀ **□ϕ))))(K)**

**8. (□ϕ → □(□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → (ϕ** ⋀ **□ϕ))) (TC), 6, 7**

**9. (□(□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → (ϕ** ⋀ **□ϕ)) → □(ϕ** ⋀ **□ϕ)) (L)**

**10. (□ϕ → □(ϕ** ⋀ **□ϕ)) (TC), 8, 9**

**11. ((ϕ** ⋀ **□ϕ) → □ϕ) (TC)**

**12. □((ϕ** ⋀ **□ϕ) → □ϕ) (Nec), 11**

**13. (□((ϕ** ⋀ **□ϕ) → □ϕ) → (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → □□ϕ)) (K)**

**14. (□(ϕ** ⋀ **□ϕ) → □□ϕ) (TC), 12, 13**

**15. (□ϕ → □□ϕ) (TC), 10, 14**