Konu 24.242. Mantık II. 8 Nisan ödevinin cevapları.

*Sınırlandırılmış tümcesel kalkülüs* (*STK*), şöyle tanımlansın: Atomik STK tümceleri “*A*0,” “*A*1,” “*A*2,” ve benzerleridir ve STK tümceleri, koşullular ((ϕ → ψ) biçimindeki tümceler) ve olumsuzlamalar (~ϕ biçimindeki tümceler) oluşturma işlemlerinin bir veya daha fazla uygulanmaları suretiyle STK tümcelerinden oluşturulmuş atomik tümceler ve ifadelerdir. Bir *normal doğruluk ataması* (*NDA*), STK tümcelerini {0,1}'e götüren bir ℑ fonksiyonudur öyle ki bu fonksiyon şu koşulları sağlar; herhangi bir ϕ ve ψ için: ℑ((ϕ → ψ)) = 1 ancak ve ancak ya ℑ(ϕ) = 0 ya da ℑ(ψ) = 1 ise (ya da her ikisi de); ℑ(~ϕ) = 1 ancak ve ancak 𝔄(ϕ) = 0 ise. Bir STK tümcesi *totoloji*dir ancak ve ancak her ODA tarafından 1 değeri atanmışsa.

Bir *STK türetmesi*, aşağıdaki kurallara bağlı olan, her biri tümcelerin ilgili bir sonlu öncül kümesiyle birlikte olan tümcelerin sonlu bir dizisidir.

(PI) ϕ'yi öncül kümesi olarak {ϕ} ile yazabilirsiniz.

(CP) Eğer ψ'yi öncül kümesi olarak Γ ile yazmışsanız (ϕ → ψ)'yi öncül kümesi olarak Γ~{ϕ} ile yazabilirsiniz.

(MP) Eğer (ϕ → ψ)'yi öncül kümesi olarak Γ ile yazmışsanız ve ϕ'yi öncül kümesi olarak Δ ile yazmışsanız ψ'yi öncül kümesi olarak Γ ∪ Δ ile yazabilirisiniz.

(MT) Eğer (~ϕ → ~ψ)'yi öncül kümesi olarak Γ ile yazmışsanız ve ψ'yi öncül kümesi olarak Δ ile yazmışsanız ϕ'yi öncül kümesi olarak Γ ∪ Δ ile yazabilirisiniz.

Aşağıdaki koşula uygun olarak STK'yi her bir ϕ STK tümcesi ile bir ˹ϕ˺ kod sayısını ilişkilendirmek suretiyle sayısal olarak kodlarız:

 ˹*Ai*˺ = İkili(1,*i*).

 ˹(ϕ → ψ)˺ = Üçlü(2,˹ϕ˺,˹ψ˺) = İkili(2,İkili(˹ϕ˺,˹ψ˺))

 ˹~ϕ˺ = İkili(3,˹ϕ˺)

1. Öncüllerin boş kümesinden aşağıdaki tümcenin bir türetmesini veriniz:

 **I, satır numaralarını listelemek suretiyle bir satırın öncül kümesini belirtir.**

 (a) ((*A*0 → *A*1) → ((*A*1 → *A*2) → (*A*0 → *A*2)))

 **{1} 1. (A0 → A1) PI**

 **{2} 2. (A1 → A2) PI**

 **{3} 3. A0 PI**

 **{1,3} 4. A1 MP, 1, 3**

 **{1,2,3} 5. A2 MP, 2, 4**

 **{1,2} 6. (A0 → A2) CP, 3, 5**

 **{1} 7. ((A1 → A2) → (A0 → A2)) CP, 2, 6**

 **⌀ 8. ((A0 → A1) → ((A1 → A2) → (A0 → A2))) CP, 1, 7**

2. STK tümcelerinin kodlarının kümesinin Σ içinde olduğunu gösterin. (Burada primitif gösterimi sonuna kadar kullanmak zorunda değilsiniz; uygun kısaltmalar kullanabilirsiniz.)

 x, bir STK tümcesinin kodudur ancak ve ancak

 **(∃s)(s sonlu bir dizidir** ⋀ **x** *∈* **s** ⋀ **(**∀**y < s)(y** *∈* **s → ((1inci(y) = [1]** ⋁ **1inci(y) = [2]** ⋁ **1inci(y) = [3]** ⋀ **(1inci(y) = [2] → (2nciiçinde3(y)** *∈* **s** ⋀ **3üncüiçinde3(y) = s))** ⋀ **(1inci(y) = [3] → 2inci(y)** *∈* **s)))) ise**