Zaman Serileri Ekonometrisine Giriş

Box-Jenkins Yöntemi

TÜBA
TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ

UADMK
ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Ekonometri 2 – Konu 26

Sürüm 2,0 (Ekim 2011)

UADMK Açık Lisans Bilgisi

A. Talha Yalta
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Ekim 2011

Ders Planı

Box-Jenkins Yöntemi

- Ekonometrik çözümlemenin belki de en önemli amacı değişkenlerin gelecek değerlerini tahmin etmek, diğer bir deyişle "yordama" (forecasting) yapmaktır.
- Durağan zaman serilerini modellemenin yaygın yollarından biri ise "özbağlanımsal tümleşik hareketli ortalama" (autoregressive integrated moving average) ya da kısaca ARIMA yöntemidir.
- George Box ve Gwilym Jenkins tarafından geliştirilen bu yaklaşıma Box-Jenkins (BJ) yöntemi de denilmektedir.
- Box-Jenkins yönteminin temel vurgusu, zaman serilerini yalnızca kendi geçmiş değerleri ve olasılıksal hata terimi ile açıklamaktır.
- Herhangi bir iktisat kuramına dayanmayan ve "bırakın da veriler kendi adlarına konuşsun" mantığı ile oluşturulan bu modellere "kuramsız" (atheoric) modeller de denir.

Özbağlanımsal Süreç

- Tüm zaman serilerinin ardında bir veri oluşturan süreç yattığı varsayımımızı anımsayalım.
- Örnek olarak, bu süreç daha önce özilinti konusunda görmüş olduğumuz birinci derece "özbağlanımsal tasarım" (autoregressive scheme) AR(1) olabilir:

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + u_t$$

- Bu tasarıma göre Y'nin t dönemindeki değeri, bir önceki dönemdeki değer ve rastsal hata terimine bağlıdır.
- Genel olarak, p'inci derece özbağlanımsal süreç, ya da kısaca AR(p) şöyle gösterilir:

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \cdots + \alpha_p Y_{t-p} + u_t$$

- Modelde Y'nin şimdiki ve gecikmeli değerlerinden başka değişken olmadığına dikkat ediniz. İşte "veriler kendi adlarına konuşsun" diyerek anlatılmak istenen budur.

Hareketli Ortalama Süreci

- Bir zaman serisini oluşturabilecek tek tasarım özbağlanımsal süreç değildir.
- Şimdi de Y'nin şöyle modellenebildiğini düşünelim:

$$Y_t = \mu + u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

- Burada Y'nin şimdiki değeri sabit terim artı iki dönemlik hataların ağırlıklı toplamına eşittir.
- Bu tasarıma birinci derece "hareketli ortalama" (moving average) süreci denir ve MA(1) ile gösterilir.
- q'ıncı derece hareketli ortalama süreci MA(q)'nun genel gösterimi ise şöyledir:

$$Y_t = \mu + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \cdots + \beta_q u_{t-q}$$

- Demek ki MA süreci sabit sayıda beyaz gürültü hataların zaman içinde hareket eden bir doğrusal birleşimidir.

Özbağlanımsal Hareketli Ortalama Süreci

- Bir zaman serisi hem özbağlanım hem hareketli ortalama özelliklerini de taşıyabilir.
- Bu tasarıma ise "özbağlanımsal hareketli ortalama" (autoregressive moving average), kısaca ARMA denir.
- Örnek olarak, hem Y'nin hem de u'nun bir önceki değerlerini içeren ARMA(1,1) süreci şu şekildedir:

$$Y_t = \theta + \alpha_1 Y_{t-1} + u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

- Genel olarak ARMA(p,q) da şöyle gösterilir:

$$Y_t = \theta + \alpha_1 Y_{t-1} + \cdots + \alpha_p Y_{t-p} + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \cdots + \beta_q u_{t-q}$$

- Yukarıdaki modelde p özbağlanım ve q hareketli ortalama olmak üzere toplam $p+q$ terim bulunmaktadır.

Özbağlanımsal Tümleşik Hareketli Ortalama Süreci

- Yukarıda gösterdiğimiz AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) tasarımları zaman serisinin durağan olduğu varsayımına dayanmaktadır.
- Çoğu iktisadi serinin ise durağan-dışı, diğer bir deyişle tümleşik olduğunu biliyoruz.
- Birinci derece tümleşik, ya da kısaca I(1) olan bir serinin birinci farkının durağan I(0) serisi olduğunu anımsayalım.
- Benzer şekilde I(2) olan bir zaman serisi de iki kez farkı alındığında I(0) olur.
- Genel olarak I(d) olan bir zaman serisinin d kez farkı alındığında durağanlaştığını ve bu serinin daha sonra ARMA(p,q) süreci ile modellenebildiğini düşünelim.
- İşte bu tasarıma da "özbağlanımsal tümleşik hareketli ortalama" (autoregressive integrated moving average) süreci denir ve ARIMA(p,d,q) ile gösterilir.

ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Box-Jenkins Yönteminin Adımları

- ARIMA(p,d,q) sürecinin AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) süreçlerini kapsayıcı olduğuna dikkat ediniz.
- Örnek olarak, bir ARMA(1,1) modeli ARIMA(1,0,1) şeklinde ve bir MA(2) modeli de ARIMA(0,0,2) şeklinde yazılabilir.
- Demek ki farklı zaman serilerini anlatmak için p, d ve q değerlerini bilmek yeterli olabilmektedir.
- Box-Jenkins yönteminin yararı bu noktadadır.
- BJ'nin hedefi, çeşitli zaman serilerini tanımlayan p, d, q değiştirgelerini bulmayı ve daha sonra bu serileri yordama amacıyla tahmin etmeyi kolaylaştırıcı bir yöntem sunmaktır.

Box-Jenkins Yönteminin Adımları

Box-Jenkins yöntemi şu dört adımdan oluşmaktadır:

1. Özdeşleme: Zaman serisine ait p, d, q değerleri bulunur.
2. Tahmin: Veriler belirlenen modele yakıştırılır.
3. Tanısal denetim: Verilerin modele yeterli derecede yakışıp yakışmadığı incelenir ve gerekli ise başa dönülerek yeni değiştirge değerleri seçilir. BJ yinelemesel bir yöntemdir.
4. Yordama: Yeterli olduğuna karar verilen model, serinin örneklem dışı değerlerini kestirmek amacıyla kullanılır.

Özdeşleme

- BJ yönteminde özdeşlemeye ilk önce *d* değiştirgesinden başlanır ve serinin durağan olup olmadığına bakılır.
- Bu amaçla, daha önce göstermiş olduğumuz gibi ilitiçizit incelenir ya da biçimsel birim kök sınamaları yapılır.
- Seri eğer durağan değilse farkı alınır ve durağanlık tekrar sınanır.
- Yukarıdaki işlem, seri durağanlaşıncaya kadar yinelenir.

Özdeşleme

- Seri d kez farkı alınarak durağanlaştırıldıktan sonra sıra p ve q değerlerini bulmaya gelir.
- Bunun yolu ise seriye ait ilintiçiziti incelemektir.
- İlintiçizitte bulunan özilinti işlevi ya da kısaca ÖİI'yi daha önce durağanlığın sınanması bağlamında ele almıştık.
- İlintiçizitte yer alan ve BJ yönteminde önemli yeri olan bir ikinci unsur ise "kısmi özilinti işlevi" (partial autocorrelation function) ya da kısaca "KÖİI" (PACF) olmaktadır.
- KÖİI, ρ_{kk} diye gösterilir ve ÖİI'ye benzer şekilde birbirinden k gecikme uzaklıktaki gözlemler arasındaki ilintiyi ölçer.
- Öte yandan KÖİI, ÖİI'den farklı olarak, k'ye kadar olan ara gecikmeleri denetler ya da diğer deyişle sabit tutar.
- İlintiçizit, artan k değerlerine karşılık gelen KÖİI'yi vererek özbağlanımsal bir süreçteki gecikme uzunluğu p'yi bulmaya yardımcı olur.

Özdeşleme

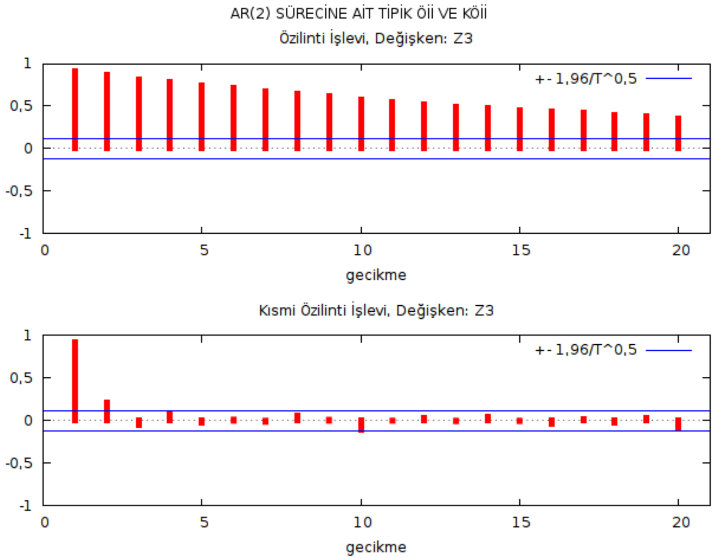
- AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) süreçlerinin kendilerine özgü aşağıdaki ÖİI ve KÖİI örüntülerini verdikleri bilinmektedir:

Çizelge: Kuramsal ÖİI ve KÖİI Örüntüleri

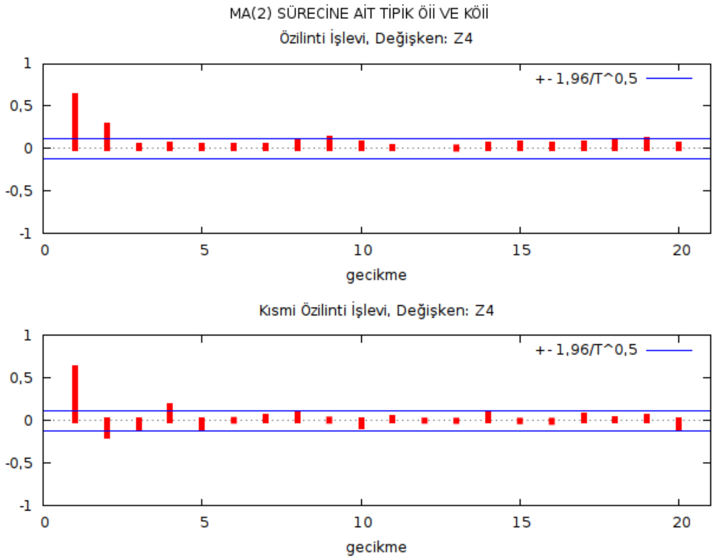
Model	ÖİI Örüntüsü	KÖİI Örüntüsü
AR(p)	Üstel azalma, azalan sinüs dalgası ya da ikisi birden	p gecikmeye kadar sivrilik
MA(q)	q gecikmeye kadar sivrilik	Üstel azalma
ARMA(p,q)	Üstel azalma	Üstel azalma

- Yukarıdaki ana çizgilerden de yararlanılarak uygun p ve q değerleri seçilir.

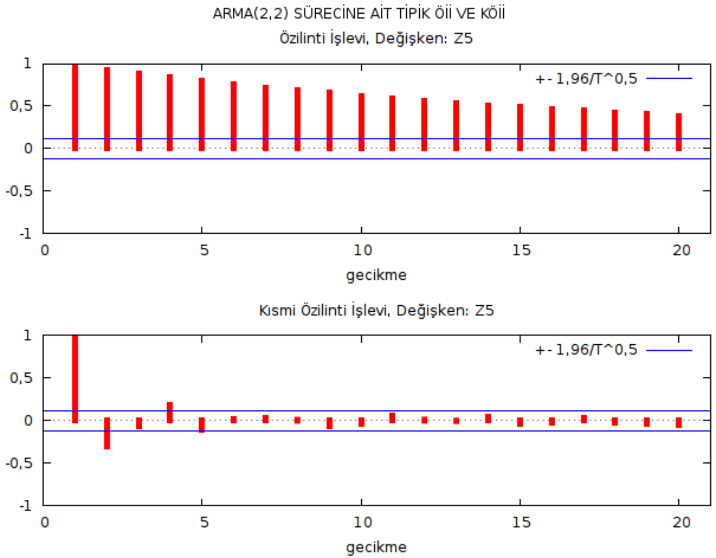
AR(2) Sürecine Ait Tipik ÖİI ve KÖİI



MA(2) Sürecine Ait Tipik ÖİI ve KÖİI



ARMA(2,2) Sürecine Ait Tipik ÖİI ve KÖİI



Tahmin

- p, d ve q değerleri belirlendikten sonra, Box-Jenkins yöntemindeki ikinci aşama modelin tahmin edilmesidir.
- Bu işlem belli durumlarda SEK yöntemi ile yapılabilse de uygulamada genellikle ençok olabilirlik gibi daha ileri tahmin yöntemleri yeğlenmektedir.
- Gretl gibi ekonometri yazılımları tarafından kolayca yapılan bu hesaplamaların ayrıntılarına burada girmiyoruz.

Tanısal Denetim

- Belli bir ARIMA modeli tahmin edildikten sonraki adım verilerin modele ne derece yakıştığını incelemektir.
- Basit bir tanısal denetim aracı, kalıntılara ait Öİl ve KÖİİ çizitlerine bakmak ve kalıntıların beyaz gürültü olup olmadığına karar vermektir.
- Bu noktada ayrıca daha önce tartıştığımız AIC, BIC, ve HQC gibi yakışmanın iyiliği ölçütleri de değerlendirilir.
- Tanısal denetimin önemi; farklı *p*, *d*, *q*'lar kullanılarak birbirine yakın yakışmalar elde edilebileceğindendir.
- ARIMA modellemesinin yinelemeli bir süreç olduğu ve deneyimle kazanılan bir ustalık istediği unutulmamalıdır.

Yordama

- İyi bir yakışma gözleniyor ve başka bir model aramaya gerek olmadığı düşünülüyorsa, eldeki model son olarak yordama amacıyla kullanılabilir.
- Verilerin eğer başta farkı alındıysa, önce bu işlem tersine çevrilir. Diğer bir deyişle seriye "tümlev" (integral) alma işlemi uygulanır.
- Daha sonra verilerin eldeki geçmiş değerleri formülde yerine koyularak "bir-adım-ileri yordama" (one-step-ahead forecast) elde edilir.
- Bu işlemin tekrarlanması ile ikinci ve daha sonraki gelecek dönemlere ait "çokdönemli yordama" (multiperiod forecast) değerleri ve bunların ölçünlü hataları da bulunabilir.
- ARIMA yönteminin yaygın olmasının bir nedeni özellikle de kısa dönem yordamalarındaki yüksek başarım düzeyidir.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Yöney özbağlanım (VAR) modeli