

Eşanlı Denklem Modelleri

Eşanlı Denklem Yöntemleri




Ekonometri 2 – Konu 23
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)



UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Ekim 2011 

Ders Planı

- 1 Eşanlı Denklem Yöntemleri
 - İki Aşamalı Enküçük Kareler Tahmini

İki Aşamalı Enküçük Kareler

- Modelde eşanlılık yanlılığı söz konusu olduğu zaman, SEK tahminleri tutarsızdır ve bu nedenle kullanılmamalıdır.
- Eşanlı denklemleri tahmin etmeye yönelik en temel yol ise “iki aşamalı en küçük kareler” (two stage least squares) ya da kısaca “2AEK” (2SLS) yöntemidir.
- 2AEK yöntemi ile bulunan tahminler her zaman yansızlık ve enaz varyanslılık özelliklerini sağlayamayabilseler de tutarlıdırlar.
- Diğer bir deyişle, örneklem büyüdükçe yanlılık azalır ve tahminler giderek anakütledeki gerçek değere yaklaşırlar.
- Bu nedenle küçük örneklemelerde dikkatli olunmalı, 2AEK kullanılmadan önce Hausman sınaması yapıp açıklayıcı değişkenlerin hata terimi ile ilintili olduğu doğrulanmalıdır.

İki Aşamalı Enküçük Kareler

- 2AEK bir tek denklem yöntemidir. Araç değişkenler modeli tahmininde kullanıldığı gibi, bir denklem sistemindeki tüm denklemlere ayrı ayrı da uygulanabilir.
- 2AEK yöntemini kullanabilmek için tek gerekli koşul tahmin edilecek denklemin eksik özdeşlemeli olmamasıdır.
- Baştaki gelir-para arzı modelimize geri dönelim.

Gelir işlevi: $Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 M_t + \alpha_3 W_t + \alpha_4 \Pi_t + u_t$

Para arzı işlevi: $M_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 E_t + v_t$

- Y_t 'nin gelir, M_t 'nin para arzı, W_t 'nin ücretler, Π_t 'nin karlar, E_t 'nin ise döviz kuru olduğunu anımsayalım.
- Özdeşlemede sıra kuralına göre gelir işlevinin tam, para arzı işlevinin ise aşırı özdeşlemeli olduğunu görüyoruz.
- Dolayısıyla her iki denklemi de 2AEK ile tahmin edebiliriz.

2AEK Birinci Aşaması

Adından anlaşılacağı gibi, 2AEK iki ayrı SEK tahmini içeren doğrusal bir yöntemdir.

Öncelikle para arzı işlevini tahmin edelim. Süreç şu şekildedir:

- 1 **Birinci aşama:** İçsel açıklayıcı değişken Y_t ile hata terimi v_t arasındaki ilişkiyi yok etmek için, Y_t 'nin araç değişkenler ve denklemdaki dışsal değişkenlere göre bağlanımı bulunur. Örneğimizde, E_t para arzı işlevindeki dışsal değişkendir. W_t ve Π_t ise geliri açıklayan ama para arzı ile ilintisiz kabul edilen araçlardır. Buna göre aşağıdaki model hesaplanır.

$$Y_t = \lambda_1 + \lambda_2 W_t + \lambda_3 \Pi_t + \lambda_4 E_t + e_t$$

Yukarıdaki işlem sonrasında şu iki parça ayrıştırılmış olur:

$$Y_t = \hat{Y}_t + e_t$$

\hat{Y}_t burada Y_t 'nin önceden belirli dışsal değişkenler olan W_t , Π_t ve E_t 'ye göre koşullu ortalamasıdır. Modelde içsellik sorunu olmadığı için, e_t terimi SEK varsayımlarını sağlar.

2AEK İkinci Aşaması

- 2 **İkinci aşama:** Para arzı denklemi artık aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 M_t &= \gamma_1 + \gamma_2(\hat{Y}_t + e_t) + \gamma_3 E_t + w_t \\
 &= \gamma_1 + \gamma_2 \hat{Y}_t + \gamma_3 E_t + (w_t + \gamma_2 e_t) \\
 &= \gamma_1 + \gamma_2 \hat{Y}_t + \gamma_3 E_t + w_t^*
 \end{aligned}$$

Yukarıdaki modelin baştaki para arzı işlevinden tek farkı Y_t yerine \hat{Y}_t 'yi kullanmasıdır.

Y_t ilk modeldeki hata terimi v_t ile ilintiliyken, \hat{Y}_t ise w_t^* ile kavuşmazda ilintisizdir.

Bu ikinci aşama bağlantımı SEK yöntemi ile bulunabilir.

Elde edilecek tahminler tutarlıdır ve örneklem dağılımları da büyük örneklemelerde normal dağılıma yakınsamaktadır.

Gelir İşlevinin 2AEK Tahmini

Yöntemi biraz daha açıklamak için diğer denkleme de bakalım. Modelimizdeki gelir işlevi tam özdeşlemelidir. Dolayısıyla bunu da 2AEK yöntemi ile tahmin edilebiliriz:

- 1 **Birinci aşama:** Bu denklemde E_t , para arzını açıkladığı ama gelir ile doğrudan ilintili olmadığı düşünülen araç değişkendir. W_t ve Π_t ise dışsal değişkenlerdir.

Bu durumda birinci aşama bağlantımı aşağıdaki gibidir:

$$M_t = \theta_1 + \theta_2 E_t + \theta_3 W_t + \theta_4 \Pi_t + \epsilon_t$$

- 2 **İkinci aşama:** Yukarıdaki tahminden elde edilen \hat{M}_t 'ler kullanılarak ikinci aşama bağlantımı da şöyle yazılır:

$$\begin{aligned} Y_t &= \theta_1 + \theta_2(\hat{M}_t + \epsilon_t) + \theta_3 W_t + \theta_4 \Pi_t + \omega_t \\ &= \theta_1 + \theta_2 \hat{M}_t + \theta_3 W_t + \theta_4 \Pi_t + (\omega_t + \theta_2 \epsilon_t) \\ &= \theta_1 + \theta_2 \hat{M}_t + \theta_3 W_t + \theta_4 \Pi_t + \omega_t^* \end{aligned}$$

İkinci aşamadaki θ tahminleri kavuşmazsal olarak tutarlıdır.

2AEK Çıkarsama Sorunu

- 2AEK tahminindeki önemli bir nokta çıkarsamaya ilişkindir.
- Hata terimi ω_t^* 'nin gerçekte $(\omega_t + \theta_2\epsilon_t)$ olduğuna ve bunun varyansının da özgün modeldeki ϵ_t 'nin varyansından farklı olduğuna dikkat edelim.
- Bu nedenle ikinci aşamada hesaplanan ölçünlü hatalar ve bunlara dayalı güven aralıkları, t ve F değerleri yanıltıcıdır.
- Gerekli düzeltmeyi yapmaya yönelik bir ayarlama formülü bulunmakla birlikte, bilgisayar yazılımlarındaki ilerleme bu ek işlemi ortadan kaldırmıştır.
- Gretl, 2AEK yöntemini tek bir adımda uygulamakta ve tüm istatistikleri ayarlama gerektirmeksizin bulabilmektedir.
- 2AEK terimi ise modelin gerçekten iki ayrı SEK bağlantısı ile hesaplandığı zamanlardan kalma yerleşmiş bir sözcük olarak kullanılmayı sürdürmektedir.

Sayısal Bir Örnek

- Sayısal bir örnek olarak, 1987-2006 arası Türkiye verilerini kullanalım ve para arzı işlevini 2AEK ile tahmin edelim:

$$\hat{M}_t = -82,8752 + 2,8635 \hat{Y}_t + 49,4770 E_t$$

öh	(80,6982)	(0,9123)	(17,7648)
z	(-1,0270)	(3,1386)	(2,7851) $R^2 = 0,7429$

- Modelin SEK tahminleri ise aşağıdaki gibidir:

$$\hat{M}_t = -96,5514 + 3,0196 Y_t + 47,5508 E_t$$

öh	(80,4139)	(0,9091)	(17,7301)
t	(-1,2007)	(3,3215)	(2,6819) $R^2 = 0,7433$

- Sonuçlar arasında dikkate değer farklılıklar bulunmaktadır.
- Hausman sınama istatistiğine bakıldığında ise p -değerinin 0,0022 olduğu görülür.
- SEK tahminlerinin tutarlı olduğu sıfır önsavı reddedildiğine göre, 2AEK yönteminin kullanılması doğrudur.
- Son olarak, 2AEK tahmincisi büyük örneklemelerde normal dağıldığı için t yerine z değerleri verildiğine dikkat ediniz.

Diğer Eşanlı Denklem Tahmin Yöntemleri

Uygulamada eşanlı denklem modellerini tahmin etmek çeşitli durumlara dikkat gerektiren bir sürece dönüşebilmektedir.

Farklı özellikler taşıyan almaşık tahmin yöntemlerinden birkaçı ise şunlardır:

- “Üç aşamalı enküçük kareler” (three stage least squares)
- “Sınırlı bilgi ençok olabilirlik” (limited information maximum likelihood)
- “Tam bilgi ençok olabilirlik” (Full information maximum likelihood)
- “Görünürde ilişkisiz bağlanımlar” (seemingly unrelated regressions)
- “Genellemeli Beklemler Yöntemi” (generalized method of moments)

Bu ileri yöntemler burada ele alınmayacaktır.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Durağanlık ve birim kökler