Özilinti

Özilintiyi Düzeltmek

TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ

ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Ekonometri 2 – Konu 13

Sürüm 2,0 (Ekim 2011)

UADMK Açık Lisans Bilgisi

A. Talha Yalta
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Ekim 2011

Ders Planı

1. Özilintiyi Düzeltmek
   - ρ Biliniyorsa
   - ρ Bilinmiyorsa

Düzeltici Önlemler

- Özilintinin yol açabildiği ciddi sonuçları düşünüldüğünde, sorun var olduğu zaman düzeltici bazı önlemler almanın gerekli olduğu da açıktır.
- Bozukluk terimi u_t gözlenemediği için, özilintinin niteliğini anlamak çeşitli uygulamalı yöntemlere konu olur.
- Genel olarak u_t'nin birinci derece özbağlanımsal tasarım AR(1)'e uyduğu varsayılır:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

- Burada $|\rho| < 1$'dir. ϵ_t ise SEK varsayımlarına uymaktadır.
- Sorun çoğu zaman GEK yöntemi yardımı ile çözülebilse de çözümde izlenecek yol ρ'nun bilinip bilinmediğine bağlı olarak değişir.

ρ Biliniyorsa

- ρ'nun değerinin bilindiği durumda, AR(1) sorunu GEK yöntemi ile çözülebilir. İki değişkenli modele dönelim:
$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$
- Yukarıdaki denklemin $t-1$ dönemi için yazılmış şeklini ρ katsayısı ile çarpalım:
$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$
- İkinci denklemi birinciden çıkartırsak şunu elde ederiz:
$$\begin{array}{ccccccc} (Y_t - \rho Y_{t-1}) & = & \beta_1(1-\rho) & + & \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) & + & (u_t - \rho u_{t-1}) \\ Y_t^* & = & \beta_1^* & + & \beta_2 X_t^* & + & \epsilon_t \end{array}$$
- Bu denkleme "genellemeli fark denklemi" (generalized difference equation) adı verilir.
- ϵ_t tüm SEK varsayımlarını karşıladığı için, dönüştürmeli Y^* ve X^* değişkenlerine SEK uygulanarak EDYT özelliği gösteren tahminciler elde edilebilir.

Prais-Winsten Dönüştürmesi

- Gösterilen fark denklemi, tüm gözlemlerin kendilerinden bir önceki değerlerinden ρ oranı kadarını çıkartmakla bulunur.
- Ancak bu işlem sırasında ilk gözlem kaybedilmektedir.
- Bu kaybı engellemek amacıyla Prais-Winsten dönüşümü uygulanabilir.
- Buna göre Y ve X'in ilk değerleri şöyle dönüştürülür:

$$Y_1\sqrt{1-\rho^2} \qquad \text{ve} \qquad X_1\sqrt{1-\rho^2}$$

- Bu dönüştürmenin özellikle küçük örneklemlerde bağlanım sonuçlarını etkileyeceğine dikkat edilmelidir.

Birinci Fark Yöntemi

- ρ değiştirgesi 0 ile ± 1 aralığında yer aldığına göre, $+1$ ve -1 uç değerlerini tartışmakta yarar vardır.
- Eğer $\rho = +1$ ise genellemeli fark denklemi "birinci fark" (first-difference) denklemine şöyle indirgenir:

$$\begin{aligned}(Y_t - Y_{t-1}) &= \beta_2(X_t - X_{t-1}) + (u_t - u_{t-1}) \\ \Delta Y_t &= \beta_2 \Delta X_t + \epsilon_t\end{aligned}$$

- Yukarıdaki denklemde sabit terim olmadığına dikkat ediniz.
- Almaşık olarak, içinde genel eğilim değişkeni t olan modeli ele alalım:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 t + u_t$$

- Bu durumda birinci fark denklemi şöyle olur:

$$\Delta Y_t = \beta_2 \Delta X_t + \beta_3 + \epsilon_t$$

- Burada β_3 sabit terimi, tüm değişkenlerin etkisi göz önüne alındıktan sonra Y'nin zaman içindeki eğilimini gösterir.

Birinci Fark Yöntemi

- İktisadi serilerde çok sık görülmeyen ters yönlü tam özilinti durumunu ele alalım.
- Eğer $\rho = -1$ olursa, genellemeli fark denklemi şu olur:

$$\begin{aligned}(Y_t + Y_{t-1}) &= 2\beta_1 + \beta_2(X_t + X_{t-1}) + \epsilon_t \\ \frac{(Y_t + Y_{t-1})}{2} &= \beta_1 + \beta_2 \frac{X_t + X_{t-1}}{2} + \frac{\epsilon_t}{2}\end{aligned}$$

- Yukarıdaki model bir hareketli ortalamanın diğerine göre bağlanımını bulduğu için, “iki dönemli hareketli ortalama” (two period moving average) bağlanımı diye adlandırılır.

Berenblutt-Webb Sınaması

- Birinci fark dönüştürmesi uygulamada yaygındır. Ancak kullanılabilmesi için önce $\rho = +1$ varsayımı sınanmalıdır.
- Bu doğrultuda, aşağıda gösterilen Berenblutt-Webb g istatistiği kullanılabilir:

$$g = \sum_{t=2}^{n} \hat{e}_t^2 / \sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2$$

- $\hat{u}_t$ burada ilk modeldeki SEK kalıntılarını göstermektedir.
- $\hat{e}_t$ ise $\rho = 1$ iken (sıfır noktasından geçen) birinci fark bağlanımından gelen kalıntılardır.
- Özgün modelde sabit terim bulunması şartıyla, g istatistiği sınanırken Durbin-Watson çizelgeleri kullanılır.
- Sıfır önsavı ise Durbin-Watson'ınkinin tersine $\rho = 1$'dir.

d İstatistiğini Kullanmak

- ρ'nun bilinmesi ender bir durum olduğu için, uygulamada genellikle tahmin yoluna gidilir.
- Eğer ρ bilinmiyorsa, bu katsayıyı tahmin etmenin bir yolu Durbin-Watson sınama istatistiği d'yi kullanmaktır.
- Daha önce saptamış olduğumuz şu ilişkiyi anımsayalım:

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho})$$

- Buna göre aşağıdaki yaklaşıklık geçerlidir:

$$\hat{\rho} \approx 1 - (d/2)$$

- Demek ki d istatistiği bize ρ'yu tahmin etmeye yönelik bir başparmak hesabı sunmaktadır.
- Yukarıdaki ilişkinin yaklaşık olduğu ve özellikle de küçük örneklemler için doğru olmayabileceğine dikkat edilmelidir.

İki Aşamalı Durbin Yöntemi

İki Aşamalı Durbin yöntemini açıklamak için genellemeli fark denklemini şu şekilde yazalım:

$$Y_t = \beta_1(1-\rho) + \beta_2 X_t - \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho Y_{t-1} + \epsilon_t$$

Durbin, ρ'yu tahmin etmek için şu iki adımlı süreci önermiştir:

1. Yukarıdaki çoklu bağlanım modeli hesaplanır ve Y_{t-1}'in katsayısı, tahmin edilen $\hat{\rho}$ olarak ele alınır.
   Bu değer ρ'nun yanlı olmakla birlikte tutarlı bir tahminidir.
2. $\hat{\rho}$ bulunduktan sonra ise GEK yöntemi uygulanır.
   Diğer bir deyişle, $Y_t^* = (Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1})$ ve $X_t^* = (X_t - \hat{\rho} X_{t-1})$ dönüştürmeleri yapılır ve SEK bağlanımı hesaplanır.

Cochrane-Orcutt Süreci

- Kalıntıları kullanarak ρ'yu tahmin etmenin uygulamada sıklıkla yararlanılan bir yolu, Cochrane-Orcutt sürecidir.
- Bu "yinelemesel" (iterative) hesaplama yöntemi istatistikçi Cochrane ve Orcutt tarafından 1949 yılında bulunmuştur.
- İşlemi açıklamak için şu iki değişkenli modeli ele alalım:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

- Bozukluk terimi u_t'nin aşağıdaki AR(1) tasarımından türediğini de ayrıca varsayalım:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

(. . . devam)

Cochrane-Orcutt Sürecinin Adımları

Cochrane-Orcutt sürecinin adımları aşağıdaki gibidir:

1. Bağlanım SEK ile tahmin edilip kalıntılar elde edilir.
2. $\hat{u}_t$ kalıntıları kullanılarak şu bağlanım hesaplanır:

$$u_t = \hat{\rho}\hat{u}_{t-1} + v_t$$

3. $\hat{\rho}$ kullanılarak genellemeli fark bağlanımı elde edilir:

$$\begin{array}{ccccccc} (Y_t - \hat{\rho}Y_{t-1}) & = & \beta_1(1-\hat{\rho}) & + & \beta_2(X_t - \hat{\rho}X_{t-1}) & + & (u_t - \hat{\rho}u_{t-1}) \\ Y_t^* & = & \beta_1^* & + & \beta_2^* X_t^* & + & \epsilon_t^* \end{array}$$

4. $\hat{\rho}$'nın ρ'nun en iyi tahmini olduğu önsel olarak bilinemediği için, $\hat{\beta}_1^*$ ve $\hat{\beta}_2^*$ değerlerinden yeni bir kalıntı yöneyi bulunur:

$$u_t^{**} = Y_t - \hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_2^* X_t$$

5. Yeni u_t^{**}'lar yardımı ile ρ'nun ikinci tur tahmini $\hat{\hat{\rho}}$ bulunur:

$$u_t^{**} = \hat{\hat{\rho}}\hat{u}_{t-1}^{**} + w_t$$

6. ρ'nun yinelemesel tahminleri arasındaki fark yeterince küçülene kadar bu işleme devam edilir.

Diğer Yöntemler

- $\hat{\rho}$'yı bulmak için kullanılan diğer bazı yöntemler şunlardır:

  İki adımlı Cochrane-Orcutt süreci
  Hildreth-Lu arama süreci
  Doğrusal-dışı EO yöntemi
- Kavuşmazsal ya da büyük örneklemlerde bu yöntemler aşağı yukarı benzer sonuçlar vermektedir.
- Sonlu ya da küçük örneklemlerde ise elde edilen sonuçlar seçilen yönteme göre önemli değişiklikler gösterebilir.
- Uygulamada en yaygın kullanılan yöntem ise yinelemesel Cochrane-Orcutt sürecidir.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Belirtim hatalarının niteliği