Özilinti

Özilintiyi Saptamak

Ekonometri 2 – Konu 12
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)

UADMK Açık Lisans Bilgisi

A. Talha Yalta
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Ekim 2011 BY-NC-SA

ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Ders Planı

Çizim Yöntemi

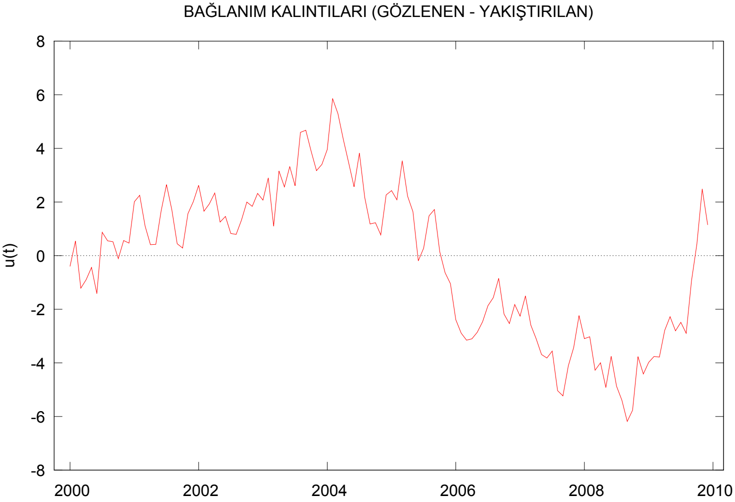
- Özilintinin var olup olmadığını anlamada nitel bir yöntem olan çizim yönteminin yanı sıra çeşitli nicel sınamalardan yararlanılabilir.
- Çizim yöntemi için SEK süreci kullanılır ve elde edilen $\hat{u}_t$ kalıntıları görsel olarak incelenir.
- Tahmin edilen $\hat{u}_t$'lar her ne kadar gerçek u_t'lerle aynı şey değilse de, önemli ipuçları verebilirler.
- Böyle bir görsel inceleme yalnızca özilinti konusunda değil; farklıserpilimsellik, model yetersizliği ve model belirtim yanlılığı konularında da yararlı bilgiler sağlayabilmektedir.

Çizim Yöntemi

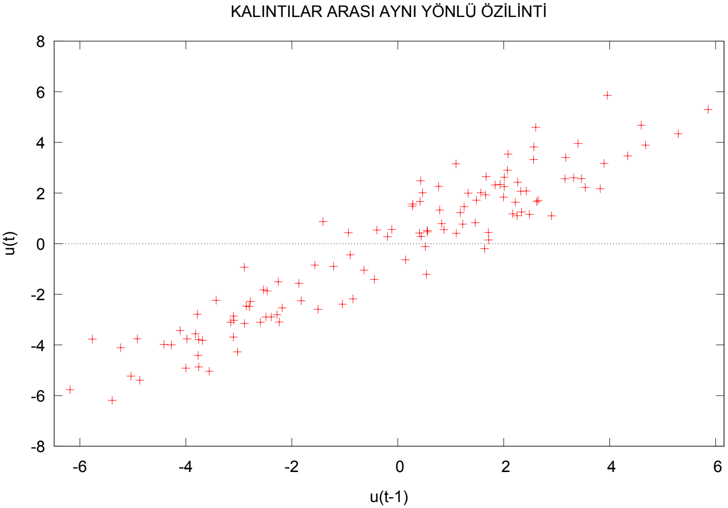
Kalıntıları birkaç farklı şekilde incelemek olasıdır:

1. Öncelikli olarak kalıntılar zamana göre çizilebilir. Bu çizime "zaman dizisi çizimi" (time sequence plot) denir.
2. Almaşık olarak, "ölçünlü kalıntılar" (standardized residuals) incelenebilir. Ölçünlü kalıntılar, $\hat{u}_t$'ların tahmin edilen ölçünlü hata $\hat{\sigma}$'ya bölünmesiyle bulunur.
   Bunlar saf sayılar oldukları için başka bağlanımlarınkilerle karşılaştırılabilirler. Ortalamaları sıfır, varyansları da birdir.
3. Üçüncü olarak, $\hat{u}_t$'ların $\hat{u}_{t-1}$'ya göre çizimi incelenebilir. Eğer t dönemi kalıntıları $t-1$ dönemindekilerle düzenli bir ilişki sergiliyorsa, bunların rastsal olmadığı sonucu çıkar.

Özilintisel Kalıntılara Örnek



Hatalar Arası Aynı Yönlü Özlinti



Dizilim Sınaması

- Kalıntıların rastsal bir sıra izleyip izlemediğini anlamak için "dizilim" (runs) sınamasını kullanabiliriz.
- Bu sınama, gözlemlerin içinden seçildiği dağılıma ilişkin herhangi bir varsayım yapmadığı için "değiştirgesel-dışı" (non-parametric) bir sınamadır.
- Bu sınamayı açıklamak için aşağıdaki kalıntı işaretleri dizilimini ele alalım:

$$(-------)(++++++++++++)(-)(+)(---------)$$

- Gözlem sayısı burada $n = 7 + 12 + 1 + 1 + 9 = 30$'dur.
- Artı işaretli gözlem sayısı $n_1 = 13$, eksi işaretli gözlem sayısı da $n_2 = 17$'dir. Toplam dizilim sayısı ise $k = 5$'tir.

Dizilim Sınaması

- Verilen tanımlara göre ve $n_1 > 10$ ve $n_2 > 10$ varsayımları altında ardışık kalıntılar, eğer gerçekten bağımsızlarsa, aşağıda verilen ortalama ve varyans ile normal dağılıma uyarlar:

$$
\begin{aligned}
E(k) &= \frac{2n_1 n_2}{n} + 1 \\
\sigma_k^2 &= \frac{2n_1 n_2(2n_1 n_2 - n)}{n^2(n-1)}
\end{aligned}
$$

- Buna göre, eğer $[E(k) - 1{,}96\sigma_k \leq k \leq E(k) + 1{,}96\sigma_k]$ ise rastsallık sıfır önsavı %95 güvenle reddedilmez.

Durbin-Watson *d* Sınaması

- Özilintiyi bulmak için kullanılan en yaygın sınama, Durbin ve Watson tarafından geliştirilmiş olan *d* sınamasıdır.
- Bu sınamanın üstünlüğü bağlanım çözümlemesi sırasında hep hesaplanan $\hat{u}_t$'lara dayanmasıdır:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n}\hat{u}_t^2}$$

- Yukarıdaki formül, basitçe ardışık kalıntıların fark kareleri toplamının KKT'ye oranını göstermektedir.
- Fark alma sırasında bir gözlem kaybedildiği için istatistiğin payında $n-1$ gözlem bulunduğuna dikkat ediniz.
- Gretl gibi ekonometri yazılımları bağlanım çıktıları arasında Durbin-Watson *d* değerini de öntanımlı olarak verir.

Durbin-Watson *d* Sınaması

- Durbin-Watson *d* istatistiği alışık olduğumuz normal, *t*, χ^2 ve *F* dağılımlarına uymaz.
- *X* değerleri ile olan karmaşık bağlılığı yüzünden *d*'nin olasılık dağılımını türetmek zordur.
- Bu nedenle, bu sınamaya ait özilintinin olmadığı yönündeki sıfır önsavının reddedilmesine ya da reddedilmemesine götüren tek bir eşik değeri yoktur.
- Onun yerine, gözlem sayısı *n* ile sabit terim hariç açıklayıcı değişken sayısı *k*'ya bağlı bir alt sınır d_{a} ve bir üst sınır $d_{\text{ü}}$ bulunmaktadır.
- $n = \{6, \ldots, 200\}$ ve $k = \{1, \ldots, 20\}$ aralıkları için d_{a} ve $d_{\text{ü}}$ değerleri Durbin ve Watson tarafından hesaplanmış ve bir çizelge olarak yayınlanmıştır.

Durbin-Watson d Sınaması

- Durbin-Watson d istatistiği 0 ile 4 sınırları içinde yer alır.
- Bunu göstermek için d'yi şöyle yazalım:
$$d = \frac{\sum \hat{u}_t^2 + \sum \hat{u}_{t-1}^2 - 2\sum \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum \hat{u}_t^2}$$
- $\hat{u}_t^2$ ile $\hat{u}_{t-1}^2$ arasında yalnızca bir gözlemlik fark olduğu için ikisi yaklaşık olarak birbirine eşittir. Buna göre:
$$d \approx 2\left(1 - \frac{\sum \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum \hat{u}_t^2}\right)$$
- Şimdi, ρ'nun bir tahmincisi olarak örneklem birinci derece özilinti katsayısını şöyle tanımlayalım:
$$\hat{\rho} = \frac{\sum \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum \hat{u}_t^2}$$
- Tanım gereği $-1 \leq \rho \leq 1$ olduğu için $0 \leq d \leq 4$ olur.
- Hesaplanan d istatistiği 0'a yakınsa aynı yönlü, 4'e yakınsa da ters yönlü özilinti olma olasılığı yüksektir.
- Eğer $d = 2$ dolaylarında ise, özilinti olmadığı varsayılabilir.

Durbin-Watson d Sınamasının Adımları

Durbin-Watson sınamasının adımları şöyledir:

1. SEK bağlanımı bulunur.
2. Kalıntılar kullanılarak d istatistiği hesaplanır.
3. Örneklem büyüklüğü n'ye ve açıklayıcı değişken sayısı k'ya göre d_a ve $d_ü$ kritik değerleri bulunur.
4. Aşağıdaki çizelgede verilen karar kuralları uygulanır:

Çizelge: Durbin-Watson d Sınaması Karar Kuralları

Sıfır Önsavı	Karar	Durum
Aynı yönlü özilinti yok	Reddedilir	$0 < d < d_a$
Aynı yönlü özilinti yok	Karar Yok	$d_a \leq d \leq d_ü$
Özilinti yok	Reddedilmez	$d_ü < d < 4 - d_ü$
Ters yönlü özilinti yok	Karar Yok	$4 - d_ü \leq d \leq 4 - d_a$
Ters yönlü özilinti yok	Reddedilir	$4 - d_a < d < 4$

Kiplemeli d Sınaması

- Yaygın olarak kullanılan d sınamasının önemli bir aksaklığı, sonucun kimi zaman kararsızlık bölgesine düşebilmesidir.
- Ancak, çoğunlukla $d_ü$ üst sınırının yaklaşık olarak gerçek anlamlılık sınırı olduğu bulunmuştur.
- Dolayısıyla bulunan d değeri eğer kararsızlık bölgesinde olur ise, "kiplemeli" (modified) d sınaması karar kuralları uygulanır:

Çizelge: Kiplemeli Durbin-Watson d Sınaması Karar Kuralları

Sıfır Önsavı	Karar	Durum
$H_0 : \rho = 0, H_1 : \rho > 0$	α düzeyinde reddedilir	$d < d_ü$
$H_0 : \rho = 0, H_1 : \rho \neq 0$	$\alpha/2$ düzeyinde reddedilir	$d_ü < d < 4 - d_ü$
$H_0 : \rho = 0, H_1 : \rho < 0$	α düzeyinde reddedilir	$4 - d_ü < d$

Kiplemeli *d* Sınaması

Yaygın olarak kullanılan Durbin-Watson sınamasının gerisinde yatan şu üç varsayıma dikkat edilmelidir:

1. Açıklayıcı değişkenler olasılıksal-dışı olmalıdır. Diğer bir deyişle, bağlayanlara ait değerlerin tekrarlı örneklemede değişmiyor olması gereklidir.
2. u_t hataları normal dağılıma uymalıdır. Öte yandan d istatistiğinin büyük örneklemlerde ölçün normal dağılıma uyduğunu göstermek de olanaklıdır.
3. Bağımlı değişkenin gecikmelerinin açıklayıcı değişken(ler) olarak modelde bulunmaması gereklidir. Bu, sınamanın uygulanmasında son derece önemlidir.

Breusch-Godfrey Sınaması

Durbin-Watson'a almaşık bir diğer sınama da Breusch-Godfrey sınamasıdır. "Lagrange çarpanı" (Lagrange multiplier), kısaca "LÇ" (LM) sınaması da denen bu yöntemin özellikleri şunlardır:

- Bu sınama, açıklayıcı değişkenler arasında Y'nin gecikmeli değerlerinin olduğu durumda da kullanılabilmektedir.
- u_t bozukluk terimi p'inci dereceden bir "hareketli ortalama" (moving average) sürecine uysa bile uygulanabilir:

$$u_t = \epsilon_t + \lambda_1 \epsilon_{t-1} + \lambda_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \lambda_p \epsilon_{t-p}$$

- Birinci derece özilinti anlamında $p = 1$ ise, sınama Durbin m sınaması adını alır.
- BG sınamasının bir sakıncası, gecikme uzunluğu p'nin önsel olarak belirlenememesidir.

Breusch-Godfrey Sınamasının Adımları

BG sınamasını açıklamak için, hata teriminin *p*'inci derece özbağlanımsal tasarıma göre türediğini düşünelim:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

Sınama adımları aşağıdaki gibidir:

1. Bağlanım SEK ile tahmin edilip kalıntılar elde edilir.
2. $\hat{u}_t$'ların ilk modeldeki açıklayıcı değişkenler ve 1. adımdaki kalıntıların gecikmeli değerleri olan $\hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \ldots, \hat{u}_{t-p}$ ek değişkenlerine göre bağlanımı bulunur ve R^2 hesaplanır.
3. $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0$ sıfır önsavı ve büyük örneklem varsayımı altında şu geçerlidir:
$$(n - p) \cdot R^2 \sim \chi^2_p$$
4. Bulunan değer kritik χ^2 değerini aşıyorsa H_0 reddedilir.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Özilintiyi düzeltmek