

Özilinti

Özilintinin Niteliği



Ekonometri 2 – Konu 11
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)




UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Ekim 2011 

Ders Planı

- 1 Özilintinin Niteliği
 - Özilintinin Nedenleri
 - Özilintinin SEK Tahminlerine Etkisi

Özilitinin Niteliği

KDBM'nin önemli bir varsayımı, bağlanım işlevinde yer alan u_i bozuklukları arasında “öziliti” (autocorrelation) olmadığıdır. Ancak bu varsayım her zaman geçerli olmayabilir.

Bu bölümde řu sorulara yanıt arayacağız:

- 1 Özilitinin niteliği nedir?
- 2 Uygulamada doğurduğu sonuçlar nelerdir?
- 3 Varlığı nasıl anlaşılabilir?
- 4 Düzeltmek için ne gibi önlemler alınabilir?

Özilintinin Niteliği

- Özilinti, zaman ya da uzay içerisinde dizili gözlem üyeleri arasındaki sıraya dayanan ilişkiyi anlatan bir kavramdır.
- Özilinti aynı yönlü ya da ters yönlü olabilir. Ancak genellikle aynı yönlü olarak görülür.
- Genel olarak özilinti zaman serilerinde görülen bir olgudur. Zaman serilerinde gözlemler zamana göre dizildikleri için, ardışık gözlemler arasında ilişki bulunması olasıdır.
- Yatay kesit verilerinde özilinti görülebilmesi için ise verilerin iktisadi anlamı olan bir şekilde dizilmiş olmaları gereklidir.
- Yatay kesit verilerinde görülen bu tür sıralı ilişkiye “uzaysal özilinti” (spatial autocorrelation) denir.

Özilintinin Niteliği

- Zaman serilerinde gözlenebilen özilintiye örnek olarak, üç aydan uzun süren bir grevin üçer aylık üretim verileri üzerindeki etkisini gösterebiliriz.
- Yatay kesit verilerindeki uzaysal özilintiye örnek olarak ise bir ailenin tüketimindeki artışın, komşusundan geri kalmak istemeyen diğer bir ailenin tüketimini de artırması verilebilir.

Özilitinin Niteliği

- Özilitiyi tanımlayabilmek için, klasik doğrusal bağlanım modelinin varsayımlarından biri olarak u_i bozukluklarının birbirlerinden bağımsız olduğunu anımsayalım:

$$E(u_i u_j) = 0 \quad i \neq j$$

- Öziliti ise herhangi bir gözleme ait hatanın önceki gözleme ait hatadan etkilenmesi durumudur:

$$E(u_i u_j) \neq 0 \quad i \neq j$$

- Demek ki öziliti, ikincisi birincisinin gecikmelisi olan, örnek olarak u_1, u_2, \dots, u_{10} ile u_2, u_3, \dots, u_{11} gibi iki dizi arasındaki ilintiden başka birşey değildir.
- u_1, u_2, \dots, u_{10} ve v_1, v_2, \dots, v_{10} gibi birbirinden farklı iki dizi arasındaki ilişkiye ise “**serisel ilinti**” (serial correlation) adı verilir.

Özilintinin Nedenleri

Özilintinin nedenlerinden bazıları Őunlardır:

- 1 Süredurum etkisi
- 2 DıŐılanan değişkenler
- 3 Yanlış işlev biÇimi
- 4 Örümcek ağı olgusu
- 5 Gecikmeler
- 6 Veri dönüŐtürmesi
- 7 Durağan-dıŐılık

Süredurum Etkisi

Neden 1: Süredurum etkisi

Özılıntının en önemli nedeni, iktisadi zaman serilerinde sıkça görülen “**süredurum**” (inertia) ya da ağır hareketlılıktir.

- Bilindiği gibi GSYH, üretim, işsizlik, fiyat endeksleri gibi zaman serileri çevrimsel dalgalanmalar sergilerler.
- Böyle serilerin doğasında bir ivmelenme bulunur. Önemli bir gelişme oluncaya kadar sürekli bir artma ya da azalma göstermeyi sürdürürler.
- Gözlemler arasındaki süre kısa ise bu durumla daha çok karşılaşılır.

Dışlanan Değişkenler

Neden 2: Dışlanan değişkenler

Eksik bir değişken ya da değişkenlerden kaynaklı bir model belirtim hatası özilintiye neden olabilir.

- Aşağıdaki iki modeli karşılaştıralım:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$$

- Eğer doğru olan model birincisi ise, ikinciye tahmin etmek $v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$ durumuna yol açar.
- Bu durumda v_t hata terimi düzenli bir örüntü yansıtacaktır.
- Kalıntılar arasında gözlenen bu ilişki çoğu zaman dışlanan değişkenin modele alınmasıyla yok olur.

Yanlış İşlev Biçimi

Neden 3: Yanlış işlev biçimi

Yanlış işlev biçimi kullanmak da değişken dışlamak gibi bir model belirtim hatasıdır ve özilintiye yol açabilir.

- X_{2t} üretim ve Y_t de marjinal maliyet olsun. Aşağıdaki iki modeli ele alalım:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{2t}^2 + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + v_t$$

- İkinci modeli olarak doğrusal bir ilişki varsaymak, marjinal maliyetin sistematik olarak olduğundan büyük ya da küçük tahmin edilmesine yol açar.
- Bunun nedeni, yanlış belirtilmiş modelde $v_t = \beta_3 X_{2t}^2 + u_t$ eşitliğinin geçerli olmasıdır.

Örümcek Ağı Olgusu

Neden 4: Örümcek ağı olgusu

Özilihti, verilerin “örümcek ağı olgusu” (cobweb phenomenon) denen durumu yansıttığında da ortaya çıkar.

- Örnek olarak, tarım ürünlerinde üretim zaman aldığı için arz fiyata bir dönem gecikmeli tepki verebilir:

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 P_{t-1} + u_t$$

- Eğer t dönemindeki fiyat düşük olursa, çiftçiler $t + 1$ 'de üretimi kısıabilirler ve bu da fiyatların birden yükselmesine yol açabilir.
- Bu böyle sürerek örümcek ağı örüntüsüne yol açar.
- Böyle bir durumda u_t bozukluk terimi de rastsal olmaktan çıkıp düzenli bir yapı sergiler.

Gecikmeler

Neden 5: Gecikmeler

Özilihtinin bir nedeni de modelde yer alan gecikme terimleridir.

- Kimi zaman bağımlı değişkenin önceki bir dönemde aldığı değer, modele açıklayıcı değerşken olarak girebilir.
- Örnek olarak; tüketiciler tüketim alışkanlıklarını psikolojik, teknolojik ve kurumsal nedenlerle hemen değerştirmezler.
- Buna göre bu dönemdeki tüketim, başka etmenlerin yanı sıra bir önceki dönemin “**gecikmeli**” (lagged) tüketimine de bağlı olur:

$$C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 C_{t-1} + u_t$$

- Böyle bir bağlanıma “**özbağlanım**” (autoregression) denir.
- Burada eğer gecikme terimi gözardı edilirse, ortaya çıkan hata terimi, gecikmeli tüketimin bugünkü tüketim üzerindeki etkisinden doğan düzenli bir örüntü gösterecektir.

Veri Dönüştürmeleri

Neden 6: Veri dönüştürmeleri

Çeşitli veri dönüştürme işlemleri de özilintiye yol açabilir.

- Birçok görgül çözümlemede verileri dönüştürmek gerekir.
- Örnek olarak, üç aylık zaman serisi verileri aylık verilerin toplanıp üçe bölünmesiyle bulunabilir.
- Bu ortalama alma işlemi ise aylık verilerdeki dalgalanmaları törpüleyerek verilerde bir düzlenme yaratır.
- Böylece üç aylık verileri gösteren çizimler aylık verilere göre daha düz olur.
- Bu düzlenme de bozukluk teriminde düzenli bir örüntüye neden olabilir.
- Bu sorun “içdeğer biçme” (interpolation) ve “dışdeğer biçme” (extrapolation) durumlarında da ortaya çıkabilir.

Durağan-dışılık

Neden 7: Durağan-dışılık

Zaman serilerinde sıkça karşılaşılan ve önemli bir sorun olan “**durağan-dışılık**” (non-stationarity) altında hata terimi özilihtilidir.

- Bir zaman serisinin durağan olması seriye ait ortalama, varyans, kovaryans gibi çeşitli özelliklerin zamana göre değişken olmaması demektir.
- Aksi durumda seri “**durağan-dışı**” (non-stationary) olur.
- Bir bağlanım modelinde Y_t ve X_t 'nin durağan-dışı olması ve bu nedenle u_t 'nin de durağan-dışı olması olasıdır.
- Bu durumda hata terimi özilihtinti sergiler.

Birinci Derece Özbağlanım

- Özilitinin SEK tahmincileri ve bunların varyansları üzerindeki etkilerini görmek için, iki değişkenli bağlanım modeline dönelim:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

- Burada zaman serisi verileri kullanıldığına dikkat ediniz.
- Hata terimi ile ilgili baştaki varsayımımızı anımsayalım:

$$E(u_t u_{t+s}) \neq 0, \quad s \neq 0$$

- Bu varsayım çok genel olduğu için, u_t 'yi oluşturan yapı konusunda da bir varsayım yapmamız gerekmektedir.

Birinci Derece Özbağlanım

- Bozukluk teriminin şöyle oluştuğunu varsayalım:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t \quad -1 < \rho < 1$$

- Buradaki ρ terimine “**özkovaryans katsayısı**” (coefficient of autocovariance) ya da “**birinci derece öziliti katsayısı**” (first order autocorrelation coefficient) denir.
- ϵ_t ise SEK varsayımlarını sağlayan bozukluk terimidir:

$$\begin{aligned} E(\epsilon_t) &= 0 \\ \text{var}(\epsilon_t) &= \sigma^2 \\ \text{cov}(\epsilon_t, \epsilon_{t+s}) &= 0 \quad s \neq 0 \end{aligned}$$

- Bu yapıya “**Markov birinci derece özbağlanımsal tasarım**” (Markov first order autoregressive scheme) adı verilir ve AR(1) ile gösterilir.
- Yukarıdaki özellikleri gösteren hata terimine mühendislikte “**beyaz gürültü**” (white noise) de denir.

Birinci Derece Özbağlanım

- Tanımladığımız birinci derece özbağlanımsal diziyi inceleyelim:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

- Yukarıda u_t 'deki değişimin iki farklı parçadan oluştuğu görülmektedir.
- Birinci parça ρu_{t-1} , düzenli bir kaymayı göstermektedir. İkinci parça olan ϵ_t ise tümüyle rastsaldır.
- Bu dizi birinci derece özbağlanımsaldır çünkü yalnızca u_t ve onun bir önceki değeri söz konusudur.
- İkinci derece özbağlanımsal tasarım ya da kısaca AR(2) tasarımı ise şöyle gösterilir:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \epsilon_t$$

AR(1)'in SEK Tahminlerine Etkisi

- Özilinti durumunda β 'ların SEK tahminleri değişmez.
- Ancak, hata terimi AR(1) iken β_2 'nin varyansı şöyle olur:

$$\text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR1} = \frac{\sigma^2}{\sum x_t^2} \left[1 + 2\rho \frac{\sum x_t x_{t-1}}{\sum x_t^2} + 2\rho^2 \frac{\sum x_t x_{t-2}}{\sum x_t^2} + \dots + 2\rho^{n-1} \frac{x_1 x_n}{\sum x_t^2} \right]$$

- Bunu özilitinin olmadığı genel formülle karşılaştıralım:

$$\text{var}(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{\sum x_t^2}$$

- Demek ki $\text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR1}$ formülü, bildiğimiz varyans formülüne ρ 'ya dayalı bir terimin eklenmesiyle bulunmaktadır.
- Genel olarak $\text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR1}$ değerinin $\text{var}(\hat{\beta}_2)$ 'dan büyük mü yoksa küçük mü olacağı önceden bilinemez.

AR(1)'in SEK Tahminlerine Etkisi

- Öziliti varken, SEK tahmincisi $\hat{\beta}_2$ yanında AR(1)'i dikkate alan $\text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR1}$ formülünü kullanmak yeterli değildir.
- $\hat{\beta}_2$ bu durumda doğrusal ve yansız olmaya devam etse de artık enaz varyanslı olmayarak EDYT özelliğini kaybeder.
- Öziliti altında “etkin” (efficient) tahminci, farklı serpilimsellik durumunda olduğu gibi GEK yöntemiyle bulunabilir.

AR(1) Altında EDYT Tahminci

- İki değişkenli modelde ve AR(1) süreci altında, GEK ile bulunan ve EDYT olan tahminci ve bunun varyansı şöyledir:

$$\hat{\beta}_2^{\text{GEK}} = \frac{\sum_{t=2}^n (x_t - \rho x_{t-1})(y_t - \rho y_{t-1})}{\sum_{t=2}^n (x_t - \rho x_{t-1})^2} + C$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_2^{\text{GEK}}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{t=2}^n (x_t - \rho x_{t-1})^2} + D$$

- Buradaki C ve D terimleri, uygulamada gözardı edilebilen düzeltme terimleridir.
- Ayrıca t alt iminin 2'den n 'ye kadar olduğuna dikkat ediniz.
- Demek ki GEK tahmincisi anakütledeki özilitinti katsayısı ρ 'yu içerirken, SEK bunu görmezden gelmektedir.
- SEK'in değil de GEK'in EDYT olmasının nedeni sezgisel olarak budur. Eğer $\rho = 0$ ise iki tahminci aynı olur.

AR(1) Altında SEK Kullanmanın Sonuçları

- Özilitinti varken, $\text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR1}$ tanımı kullanılsa bile güven aralıkları $\text{var}\hat{\beta}_2^{GEK}$ 'e göre daha geniş olabilir.
- Demek ki özilitinti göz önüne alınsa bile SEK süreci GEK'e göre anlamlı bir tahmini anlamsız gösterebilmektedir.
- SEK kullanmakla kalmayıp özilitintiyi göz ardı eden sıradan $\text{var}(\hat{\beta}_2)$ formülünü kullanmanın sonuçları ise daha ciddidir.
- Eğer ρ artı işaretli (u_t 'ler aynı yönlü ilişki içinde) ise, kalıntı varyansı $\hat{\sigma}^2$ gerçek σ^2 'yi olduğundan küçük tahmin eder.
- Aşağı doğru yanlı $\hat{\sigma}^2$ da R^2 'yi olduğundan büyük bulur.
- Ayrıca $\hat{\sigma}^2$ 'daki yanlılık $\text{var}(\hat{\beta}_2)$ 'ya da aktarılır.
- Bunun sonucunda $\text{var}(\hat{\beta}_2) < \text{var}(\hat{\beta}_2)_{AR1}$ olur ve bildiğimiz t ve F sınamaları geçerliliklerini yitirir.
- Sonuç olarak, SEK tahminçileri yansız ve tutarlı olsalar da özilitinti varken SEK değil GEK kullanılmalıdır.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Özilintiyi saptamak