Farklıserpilimsellik

Farklıserpilimselliği Saptamak

TÜBA
TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ

UADMK
ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Ekonometri 2 – Konu 9

Sürüm 2,0 (Ekim 2011)

UADMK
ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

UADMK Açık Lisans Bilgisi

A. Talha Yalta
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Ekim 2011 BY-NC-SA

ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Ders Planı

Var Olup Olmadığını Anlamak

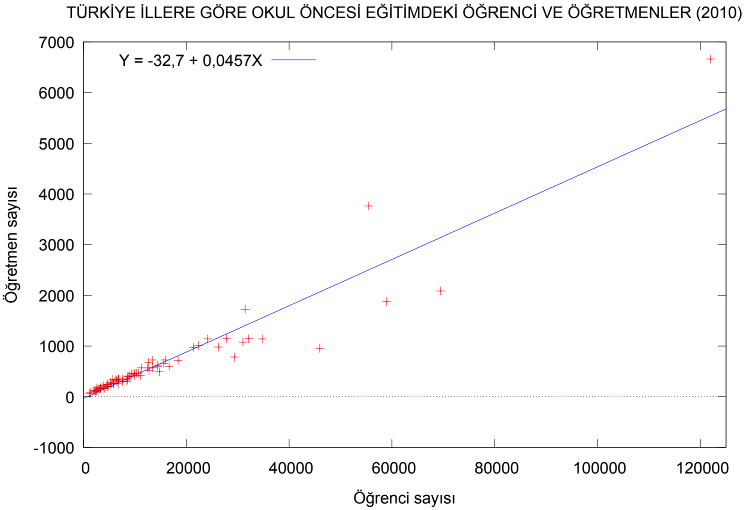
- "Farklıtürel" (heterogeneous) birimler içeren yatay kesit verilerinde, farklıserpilimsellik asla sıra dışı değildir.
- Örnek olarak küçük, orta ve büyük firmalar eğer birarada örneklenmişse farklıserpilimsellik genellikle beklenir.
- Belli bir durumda farklıserpilimselliğin varlığını anlamanın kesin bir yolu yoktur. Çeşitli başparmak kuralları vardır.
- Bunun nedeni, σ_i^2'yi bilebilmek için bütün Y anakütlesini bilmenin gerekli olmasıdır.
- Ancak çoğu iktisadi çalışmada belli X değerlerine karşılık tek bir Y örneklem değeri bulunur.
- Bu nedenle, farklıserpilimselliğin varlığını anlamak için kullanılabilecek biçimsel ve biçimsel olmayan yöntemlerin çoğu $\hat{u}_i$ SEK kalıntılarının incelenmesine dayanır.
- Yalnızca $\hat{u}_i$'lar gözlenebildiği için de bunların gerçek u_i'lerin iyi birer tahmincisi oldukları umulur.

Çizim Yöntemi

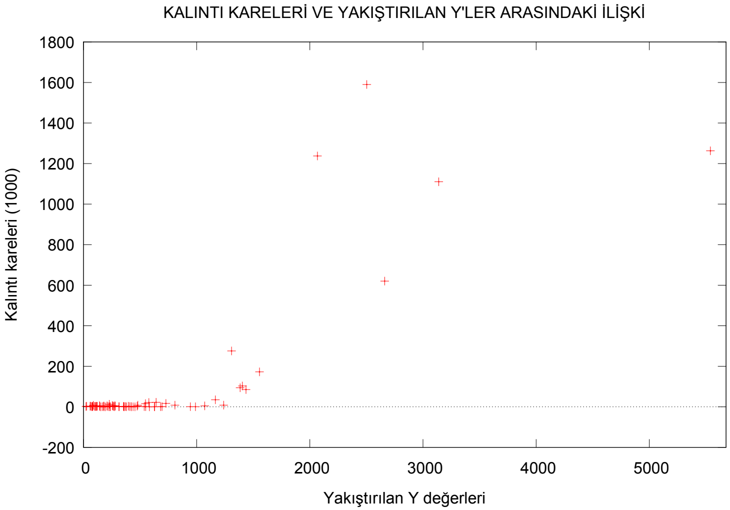
- Çoğu durumda farklıserpilimselliği saptamak bir sezgi, eğitimli bir tahmin ya da bir önsel görgül deneyim konusudur.
- Biçimsel bir yöntem olmayan çizim yönteminde, bağlanım çözümlemesi önce aynıserpilimsellik varsayımı ile yapılır.
- Sonra, ${\hat{u}_i}^2$ kalıntı karelerinin düzenli bir görüntü sergileyip sergilemediklerine bakılır.
- Bunun için, ${\hat{u}_i}^2$'lerin $\hat{Y}_i$ ve çeşitli X_i değişkenleri ile ilişkileri çizit üzerinde görüntülenir.
- Eğer örneklem yeterince büyükse, ${\hat{u}_i}^2$'ler u_i^2'lerle aynı şey olmasa da onların yerine kullanılabilirler.
- Eğer bu işlem ${\hat{u}_i}^2$'ler ile $\hat{Y}_i$ ya da X_i arasında doğrusal ya da ikinci derece bir ilişki gösterirse, bu bilgi kullanılarak veriler farklıserpilimsellik sergilemeyecek biçimde dönüştürülür.

ULUSAL AÇIK DERS MALZEMELERİ KONSORSİYUMU

Çizim Yöntemi: Farklıserpilimsel Model



Çizim Yöntemi: Farklıserpilimsel Kalıntılar



Park Sınaması

- R. E. Park (1966), σ_i^2'nin açıklayıcı değişken X_i'nin bir işlevi olduğunu ileri sürerek çizim yöntemini biçimselleştirir.
- Sınama için öne sürülen iki işlev kalıbı şudur:

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^{\beta} e^{v_i}$$
$$\text{ya da} \quad \ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i + v_i$$

- Park, σ_i^2 bilinmediği için yerine $\hat{u}_i{}^2$'yi kullanmayı önerir:

$$\begin{aligned} \ln \hat{u}_i{}^2 &= \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i + v_i \\ &= \alpha + \beta \ln X_i + v_i \end{aligned}$$

- Demek ki önce farklıserpilimselliğe bakmadan bir bağlanım bulunur. Sonra, kalıntılardan ikinci bağlanım hesaplanır.
- Eğer β anlamlıysa bu farklıserpilimselliğin göstergesidir. Anlamlı değilse, aynıserpilimsellik sıfır önsavı reddedilmez.

Glejser Sınaması

- H. Glejser (1969) tarafından öne sürülmüş olan Glejser sınaması özünde Park sınamasına benzer.
- Glejser, $\hat{u}_i$ kalıntılarının mutlak değerlerini kullanan şu işlev biçimlerini önerir:

$$
\begin{aligned}
|\hat{u}_i| &= \beta_1 + \beta_2 X_i & + v_{1i} \\
|\hat{u}_i| &= \beta_1 + \beta_2 \sqrt{X_i} & + v_{2i} \\
|\hat{u}_i| &= \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} & + v_{3i} \\
|\hat{u}_i| &= \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{\sqrt{X_i}} & + v_{4i} \\
|\hat{u}_i| &= \sqrt{\beta_1 + \beta_2 X_i} & + v_{5i} \\
|\hat{u}_i| &= \sqrt{\beta_1 + \beta_2 X_i^2} & + v_{6i}
\end{aligned}
$$

- v_{ji} ($j = \{1, \ldots, 6\}$) burada hata terimini göstermektedir.

Glejser Sınaması

- Görgül olarak çekici görünmelerine karşın Park ve Glejser sınamalarının bazı sorunları da vardır.
- Öncelikle, sınama bağlanımlarında kullanılan hata terimi v_i'nin ortalaması sıfır olmayabilmekte ve bu v_i'ler özilinti ya da farklıserpilimsellik gösterebilmektedir.
- Diğer bir deyişle Park ve Glejser sınamalarının kendileri de SEK varsayımlarını sağlamayabilmektedir.
- Ayrıca, Glejser işlemindeki son iki işlev biçimi katsayılarda doğrusal-dışı olduğundan SEK ile tahmin edilemez.
- Öyleyse uygulamada bu iki sınamanın birer sorgulayıcı yöntem olarak kullanılması daha doğrudur.

Spearman Sıra İlintisi Sınaması

- "Spearman sıra ilintisi" (Spearman's rank correlation) şu şekilde tanımlanır:

Sıra ilintisi

$$r_s = 1 - 6\left[\frac{\sum d_i^2}{n(n^2-1)}\right]$$

- d_i değeri burada i'inci kişi ya da olgunun iki farklı özelliğine verilen sıra numaraları arasındaki farkı göstermektedir.
- n ise sıralanan kişi ya da olgu sayısıdır.
- Örnek olarak, ders çalışma ve sınavlardaki başarı ilintisini bulmak için öğrenciler haftada kaç saat ders çalıştıklarına göre ve sınavda aldıkları puana göre sıraya sokulur. Daha sonra, iki sıralama arasındaki farkın kareleri hesaplanır.

Spearman Sıra İlintisi Sınamasının Adımları

$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ ikili bağlanımını alalım. Farklıserpilimselliği Spearman sıra ilintisi ile sınamak için şu adımlar izlenir:

1. Veriler bağlanıma yakıştırılıp kalıntılar elde edilir.
2. $|\hat{u}_i|$ mutlak değerleri bulunur.
3. Hem $|\hat{u}_i|$ hem de X_i yöneyleri artan ya da azalan bir sıraya dizilir ve Spearman sıra ilinti katsayısı r_s hesaplanır.
4. Anakütle sıra ilintisi $\rho_s = 0$ ve $n > 8$ varsayımları altında, $(n-2)$ sd ile t dağılımına uyan şu istatistik hesaplanır:

$$t = \frac{r_s\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}}$$

5. Eğer hesaplanan t değeri kritik t değerinden büyük ise, aynıserpilimsellik sıfır önsavı reddedilir.
6. Bağlanım modeli eğer birden çok X değişkeni içeriyorsa, r_s her bir X için ayrı ayrı hesaplanıp sınanmalıdır.

Goldfeld-Quandt Sınaması

$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ ikili bağlanımını ele alalım. Ayrıca σ_i^2 ve X_i arasında $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^2$ biçiminde bir ilişki olduğunu da varsayalım. Goldfeld-Quandt sınamasının adımları aşağıdaki gibidir:

1. X_i gözlemleri küçükten büyüğe doğru sıralanır.
2. Ortadaki c sayıda gözlem örneklemden çıkarılır.
3. Kalan $(n - c)$ gözlem ortadan iki eşit öbeğe bölünür.
4. İki öbek ayrı ayrı SEK bağlanımına yakıştırılır, KKT_1 ile KKT_2 elde edilir ve şu oran hesaplanır:

$$F = \frac{\text{KKT}_2/\text{sd}}{\text{KKT}_1/\text{sd}}$$

5. F dağılımına uyan bu istatistiğin pay ve payda sd'si aynıdır ve $[(n - c)/2] - k$'ye eşittir. Eğer hesaplanan değer kritik F'den büyükse, aynıserpilimsellik sıfır önsavı reddedilir.

Goldfeld-Quandt Sınaması

- Goldfeld-Quandt sınamasında, ortadaki c sayıda gözlemin dışlanma amacı, küçük varyanslı öbek ile büyük varyanslı öbek arasındaki farkı keskinleştirmektir.
- Öyleyse c'nin nasıl seçileceği önemlidir.
- Örneklem büyüklüğü yaklaşık 30 iken c'nin 4 ve örneklem büyüklüğü 60 iken de c'nin 10 olması yeterli sayılmaktadır.
- Modelde birden fazla açıklayıcı değişken var ise, bunlar uygun olduğu düşünülen X'e göre sıralanır ya da sınama her bir X için ayrı ayrı yapılır.

Breusch-Pagan-Godfrey Sınaması

- Goldfeld-Quandt sınamasının bir sakıncası, sonuçların gözlemleri sıralamada kullanılan X değişkeninin seçimine bağlı olmasıdır.
- Bu da Breusch-Pagan-Godfrey sınaması ile giderilebilir.
- Aşağıdaki k değişkenli bağlanım modelini ele alalım:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

- σ_i^2 hata varyansının, olasılıksal olmayan Z değişkenlerinin doğrusal bir işlevi olduğunu varsayalım:

$$\sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_m Z_{mi}$$

- Z değişkeni olarak X'lerin tümü ya da birkaçı kullanılabilir.
- Eğer $\alpha_2 = \alpha_3 = \ldots = \alpha_m = 0$ ise $\sigma_i^2 = \alpha_1$ olur.
- Demek ki BPG sınaması, σ_i^2'nin sabit olup olmadığını anlamak için $\alpha_2 = \alpha_3 = \ldots = \alpha_m = 0$ varsayımını sınar.

Breusch-Pagan-Godfrey Sınamasının Adımları

Breusch-Pagan-Godfrey sınamasının adımları şöyledir:

1. Bağlanım SEK ile tahmin edilir ve kalıntılar elde edilir.
2. σ^2'nin EO tahmincisi $\tilde{\sigma}^2 = \sum \hat{u}_i^2/n$ değeri hesaplanır.
3. $p_i = \hat{u}_i^2/\tilde{\sigma}^2$ değişkeni oluşturulur.
4. p_i'lerin Z'lere göre bağlanımı bulunur:
$$p_i = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_m Z_{mi} + v_i$$
5. Bağlanım kareleri toplamı (BKT) bulunarak şu hesaplanır:
$$\Theta = (\text{BKT})/2$$
6. u_i'nin normal dağıldığı ve aynıserpilimsellik varsayımı altında ve örneklem büyüklüğü sonsuza doğru artarken, Θ değeri de $(m-1)$ sd ile ki-kare dağılımına uyar.
7. Buna göre, hesaplanan Θ eğer kritik χ^2 değerini aşıyorsa aynıserpilimsellik sıfır önsavı reddedilir.

White Genel Farklıserpilimsellik Sınaması

$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$ üçlü bağlanımını ele alalım. White genel farklıserpilimsellik sınaması şöyle yapılır:

1. Veriler SEK bağlanımına yakıştırılır ve kalıntılar alınır.
2. Aşağıdaki yardımcı bağlanım hesaplanır:
   $\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + v_i$
   Kısaca kalıntı karelerinin X'ler, X'lerin kareleri ve çapraz çarpımlarına göre bağlanımı bulunur. İlk bağlanımda sabit terim olmasa bile burada sabit terim kullanılır.
3. Yardımcı bağlanıma ait R^2 ve örneklem büyüklüğü çarpılır:
   $$R^2 \times n$$
4. Bu istatistik, yardımcı bağlanımdaki (sabit terim hariç) açıklayıcı değişken sayısı kadar sd ile χ^2 dağılımına uyar.
5. Eğer bulunan χ^2 değeri seçili anlamlılık düzeyindeki kritik değerden büyükse, aynıserpilimsellik sıfır önsavı reddedilir.

White Genel Farklıserpilimsellik Sınaması

- Goldfeld-Quandt sınamasının sakıncası, gözlemlerin hangi X değişkenine göre sıraya sokulduğuna bağlı olmasıdır.
- BPG sınamasının sakıncası da hata teriminin normalliği varsayımına duyarlı olmasıdır.
- White sınaması ise hem normallik varsayımına dayanmaz hem de uygulama yönünden basittir.
- Ancak bu sınama da dikkatli uygulanmalıdır.
- Eğer modelde çok sayıda değişken varsa bunlar, bunların kareleri ve çapraz çarpımları serbestlik derecesini tüketir.
- Ayrıca bazı durumlarda test istatistiğinin anlamlı olmasının nedeni farklıserpilimsellik olmayıp, model belirtim hatası olabilmektedir.
- Öyleyse White sınaması farklıserpilimselliği, model belirtim hatasını ya da her ikisini birden sınamada kullanılabilir.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Farklıserpilimselliği düzeltmek