

İki Değişkenli Bağlanım Modelinin Uzantıları

Hesaplamaya İlişkin Konular



Ekonometri 1 – Konu 19
Sürüm 2,0 (Ekim 2011)




UADMK Açık Lisans Bilgisi

İşbu belge, “Creative Commons Attribution-Non-Commercial ShareAlike 3.0 Unported” (CC BY-NC-SA 3.0) lisansı altında bir açık ders malzemesi olarak genel kullanıma sunulmuştur. Eserin ilk sahibinin belirtilmesi ve geçerli lisansın korunması koşulu ile özgürce kullanılabilir, çoğaltılabilir ve değiştirilebilir. Creative Commons örgütü ve “CC-BY-NC-SA” lisansı ile ilgili ayrıntılı bilgi “<http://creativecommons.org>” adresinde bulunmaktadır. Bu ekonometri ders notları setinin tamamına “<http://www.acikders.org.tr>” adresinden ulaşılabilir.

A. Talha Yalta

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Ekim 2011 

Ders Planı

- 1 Hesaplamaya İlişkin Konular
 - Ölçekleme ve Ölçü Birimleri
 - Sayısal Hesaplama Sorunları

Ölçekleme ve Ölçü Birimleri

Bağlanım çözümlemesinde dikkat edilmesi gereken bir nokta da “**verileri ölçekleme**” (data scaling) konusudur.

Verilerin ölçeklenmesi ile ilgili iki önemli soru şudur:

- 1 X ve Y değişkenlerinin ölçü birimleri bağlanım bulgularını etkiler mi?
- 2 Bağlanım çözümlemesi için ölçü biriminin seçilmesinde izlenilmesi gereken bir yol var mıdır?

Ölçekleme ve Ölçü Birimleri

Türkiye'ye ait aşağıda verilen 1987 fiyatları ile gayrisafi sabit sermaye oluşumu ve gayrisafi yurtiçi hasıla verilerine bakalım:

Çizelge: Türkiye'de Sabit Sermaye Oluşumu ve GSYH (1987–2000)

Yıl	GSSSO (milyon TL)	GSSSO (milyon TL)	GSYH (milyar TL)	GSYH (milyar TL)
1987	18.491	74.416	0.018491	0.074416
1988	18.299	76.143	0.018299	0.076143
1989	18.701	76.364	0.018701	0.076364
1990	21.670	83.371	0.021670	0.083371
1991	21.764	84.271	0.021764	0.084271
1992	23.147	88.893	0.023147	0.088893
1993	29.247	96.391	0.029247	0.096391
1994	24.577	91.600	0.024577	0.091600
1995	26.823	97.729	0.026823	0.097729
1996	30.598	104.940	0.030598	0.104940
1997	35.137	112.892	0.035137	0.112892
1998	33.768	116.541	0.033768	0.116541
1999	28.473	111.083	0.028473	0.111083
2000	33.281	119.147	0.033281	0.119147

Ölçekleme ve Ölçü Birimleri

Ortaya atmış olduğumuz iki soruyu yanıtlayabilmek için aşağıda verilen bağlanım bulgularını inceleyelim:

Hem GSSSO, hem GSYH milyon TL:

$$\widehat{GSSSO}_t = -8,76891 + 0,364933 \text{ GSYH}_t$$

(2,73489) (0,0283565) $r^2 = 0,9324$

Hem GSSSO, hem GSYH milyar TL:

$$\widehat{GSSSO}_t = -0,00876891 + 0,364933 \text{ GSYH}_t$$

(0,00273489) (0,0283565) $r^2 = 0,9324$

GSSSO milyon dolar, GSYH milyar TL:

$$\widehat{GSSSO}_t = -8,76891 + 364,933 \text{ GSYH}_t$$

(2,73489) (28,3565) $r^2 = 0,9324$

GSSSO milyar dolar, GSYH milyon TL:

$$\widehat{GSSSO}_t = -0,00876891 + 0,000364933 \text{ GSYH}_t$$

(0,00273489) (0,0000283565) $r^2 = 0,9324$

Not: Ölçünlü hatalar parantez içerisinde verilmiştir.

Ölçekleme ve Ölçü Birimleri

- Bağlanım bulgularının dördü de GSYH'deki bir milyon liralık bir değişimin GSSSO'de ortalama 0,364933 milyon liralık bir değişime yol açtığını göstermektedir.
- Öyleyse, SEK tahmincilerinin bilinen özellikleri farklı ölçü birimlerinin kullanılmasından etkilenmemektedir.
- Öte yandan, bağlanım hesapları bilgisayar kullanılarak yapıldığı için, verilerin uygun biçimde ölçeklendirilmesi uygulamada zaman zaman önemli olabilir.

Sayısal Hesaplama Sorunları

- Ekonometri, birçok karmaşık matematiksel ve istatistiksel yöntem içeren bir bilim dalıdır.
- Ancak çoğu araştırmacı çeşitli tekniklerin yalnızca birkaç fare tıklaması ile uygulanabileceği izlenimini taşımaktadır.
- Bilgisayar yazılımlarının her zaman sayısal olarak tutarlı olduğunu varsaymak hatalı bir yaklaşımdır.
- Günümüz bilimsel yazılımlarının çoğu tüm hesaplamalarda 64bit “**kayan nokta**” (floating point) aritmetik kullanmaktadır.
- Bu altyapı gerçel sayı sistemini tümüyle karşılayamayarak dört tür hataya yol açabilmektedir:

“**Yuvarlama hataları**” (rounding errors)

“**İptal etme hataları**” (cancellation errors)

“**Budama hataları**” (truncation errors)

“**Çözümü yolu hataları**” (algorithm errors)

Yuvarlama Hataları

- Yuvarlama hatası, bazı sayıların bilgisayarların kullandığı ikili düzende tam olarak gösterilememesinden kaynaklanır.
- Örnek olarak 0,1 ondalık sayısının ikili düzende gösterimi $0,00011\overline{1}$ 'dir. Bu sayı yeniden ondalık sisteme çevrildiğinde 0,09999999403953 olur.
- Bu nedenle, cebirsel olarak birbirine eşdeğer olan ($p = q$) ve ($p - q = 0$) gibi iki denklem bilgisayarda uygulandığında farklı sonuçlar verebilmektedir.

İptal Etme Hataları

- İptal etme hatası, yuvarlama hatasının özel bir durumudur. Gözlemlerde fazla sayıda sabit öncül basamak olduğunda ortaya çıkar.
- Bu özelliği gösteren veri setlerine “**kati**” (stiff) veri seti denir.
- Örnek olarak 1,000,000,001 sayısından 1,000,000,000 çıkarılınca geriye yalnızca en sağdaki tek basamak kalır.
- Baştaki sayının büyüklüğünden dolayı, bu son basamak yuvarlama hatalarına fazla duyarlıdır.

Budama Hataları

- Budama hatası, “**yinelemeseli**” (iterative) işlemlerde görülen ve yazılımdan zorunlu olarak kaynaklanan bir hata türüdür.
- Örnek olarak $\exp(x)$ işlevi $x = 1$ noktasında aşağıdaki gibi genişletilir:

$$\exp(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!} = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = e$$

- Görüldüğü gibi, “**oransız sayı**” (irrational number) e 'nin hesaplanabilmesi sonsuz sayıda toplama gerektirmektedir.
- Ancak bilgisayar hesaplaması sınırlı sayıda işlem içerebilir ve sonuçta bir budama hatası ortaya çıkar.

Çözümü yolu Hataları

- Çözümü yolu hatası, bir problemin çoğu zaman birden fazla şekilde çözülebileceği gerçeğinden kaynaklanır.
- Sonuçta bazı çözümler diğerlerinden daha iyidir.
- Örnek olarak, doğrusal SEK modelini hesaplamak için kullanılacak yöntemlerden bazıları şunlardır:
 - “Gaussçu eleme” (Gaussian elimination)
 - “Tekil değer ayrıştırması” (singular value decomposition)
 - “Cholesky çarpanlaması” (Cholesky factorization)
 - “QR çarpanlaması” (QR factorization)
- Bunlar içinde QR yöntemi, çoklu doğrusal veriler dışında diğerlerine göre daha güvenilir sonuçlar vermektedir.

Sayısal Hesaplama Sorunları Özet

Özetle, sayısal hesaplama sorunlarına ilişkin dikkat edilmesi gereken noktalar şunlardır:

- Bilgisayar matematiğinin kağıt-kalem matematiğinden tümüyle farklı olduğu unutulmamalıdır.
- Sayısal hataları azaltmanın kolay yolu, çözümlene öncesi verileri uygun şekilde ölçeklemektir.
- Tüm verileri öntanımlı olarak $[0, 1)$ ya da $[0, 10)$ aralıklarına göre ölçeklemek doğru bir yaklaşımdır.
- Çok büyük ve çok küçük sayıları birlikte kullanmanın hatalı sonuçlara davetiye çıkarmak olduğu unutulmamalıdır.
- Ayrıca araştırmacı çalışmasında yalnızca veri kaynaklarını belirtmekle yetinmemeli, verilerin nasıl ölçüldüğünü ve ölçeklendiğini de mutlaka açıklamalıdır.

Önümüzdeki Dersin Konusu

Önümüzdeki ders

Bağlanım modellerinin işlev biçimleri