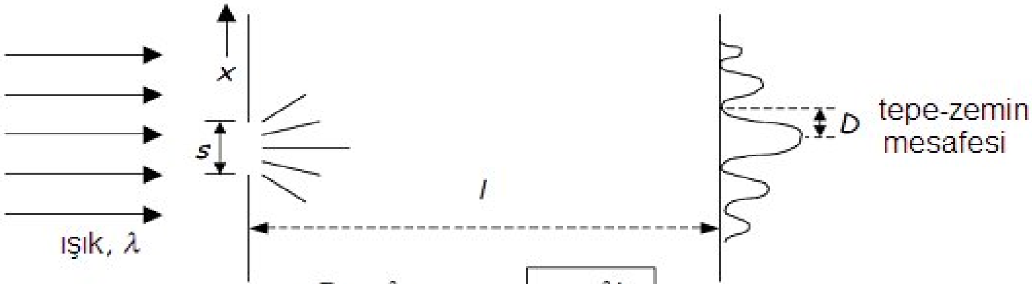
BÖLÜM 6

MADDENİN DALGA-PARÇACIK İKİLEMİ

Sonuçlar (II)

Heisenberg Belirsizlik İlkesi $\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}}$

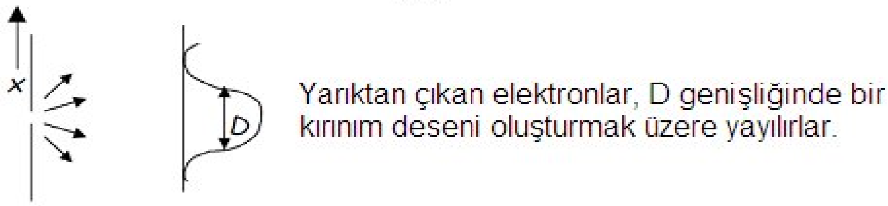
Işınların tek bir yarıktan kırılarak yayıldığını düşünelim.



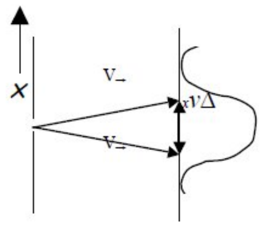
$$\frac{D}{l} = \frac{\lambda}{s} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D = \frac{\lambda l}{s}}$$

Şimdi, de Broglie dalga boyuna (λ) sahip elektron demeti düşünelim. Yarık, x doğrultusunda elektronların muhtemel konumlarını engeller: Yarıkta, elektronun x-konumundaki belirsizlik

$$xs\Delta=$$



Bu durum, elektronların belirli v_x hız bileşen aralığında yarıktan geçmesi anlamını taşır.



$$\frac{\Delta v_x}{v} \approx \frac{D}{\ell} = \frac{\lambda}{s} = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\Delta x \Delta v_x = \lambda v \quad \text{or} \quad \Delta x \Delta p_x = \lambda p$$

Ancak de Broglie'den hareketle $\lambda = \dfrac{h}{p}$

$$\therefore \boxed{\Delta x \Delta p_x = h} \quad \text{olur.}$$

Bir parçacığın konum ve momentumunun her ikisi birlikte keyfî bir konumda belirlenemez! Bir niceliğin yüksek kesinlikle bilinmesi demek diğer niceliğin kesin olmamasını gerektirir.

Heisenberg Belirsizlik İlkesi' nin bilinen ifadesi

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{dir.}$$

("belirsizliğin" nasıl tayin edildiğine bağlıdır: 1/e yarı genişlik, yarı yükseklikteki tam genişlik (YYTG), vb.)

Belirsizlik daima $\hbar/2$'den büyük olabilir ancak küçük olamaz.

Bu tür bir belirsizliğin, klasik dalga mekaniğinde normal kabul edildiği düşünülür. Bir ışık demetine veya küçük bir nokta kadar bir su dalgacığına odaklanırsak odak noktasında geniş bir aralıkta ilerleme konumları olduğu görülür. Burada yeni olan, parçacıkların doğal olarak, benzer sonuçlar sergileyen, dalgaya benzer davranış gösterdikleri düşüncesidir.

Atom yapısının etkileri

Belirsizlik İlkesi'ni H atomundaki e^-' a uygulayalım.

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg} \qquad \Delta x \approx 10^{-10}\ \text{m}\ \ (1\ \text{Å})$$

$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \quad \Rightarrow \quad \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} \approx \frac{1}{2} x 10^{-6}\ \mathrm{m/s}$$

Esas olarak e^-' un atom içinde olduğunu biliriz ancak hızını hiç bilemeyiz.

Bohr, elektronun, belli bir konumu ve hızı olan bir parçacık olduğunu öne sürdü. Atom yapısını tasvir etmeyi tamamlamak için elektronun dalgaya benzer özellikleri de dâhil edilmek zorundadır.

Peki o zaman parçacığın nerede olduğunu doğru olarak nasıl göstereceğiz?

__Schrödinger__ *(1933 Nobel Ödülü)*

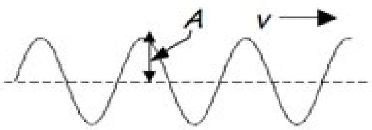
"Kararlı" veya zamandan bağımsız durumda bir parçacık, aşağıda verilen diferansiyel denklemin çözümü olan bir "dalga fonksiyonu" ($\psi(x)$, tek boyutlu (1B)) kullanılarak dalga şeklinde matematiksel olarak ifade edilebilir.

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)}$$

potansiyel enerji toplam enerji

Zamandan bağımsız Schrödinger denklemi

Schrödinger denklemini ispatlayamayız. Ancak neden makul olabileceği konusunda harekete geçebiliriz.



$\phi_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ sağa giden bir dalgadır .

$$k = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \omega = 2\pi\nu \qquad \lambda\nu = v$$

Benzer şekilde sola giden bir dalga için de

$$\phi_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

yazabiliriz. Her ikisi de dalga denkleminin çözümüdür.

$$\frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial t^2}$$

Bundan başka, sağa ve sola giden dalgaların $\Psi(x, t) = \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t)$ toplamı da bir çözümdür.

$$\Psi(x,t) = A\left[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)\right] = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Bu bir <u>durağan dalga</u> veya <u>durgun dalga</u>dır. Tepe ve zeminleri durağan kalır.

Tam bir çevrim esnasında değişik zamanlarda ($2\pi/\omega$):

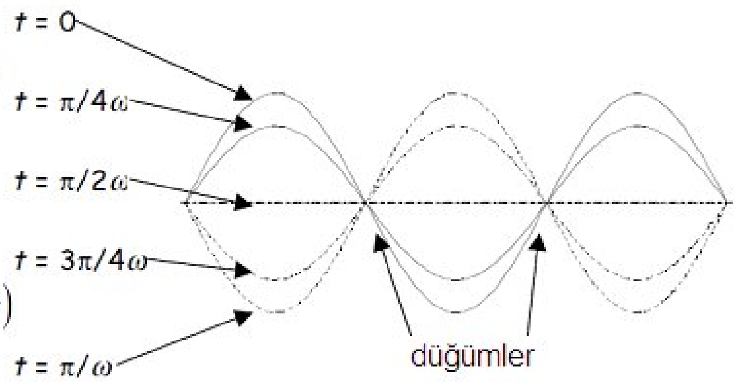
$$\Psi(x,0) = 2A\sin(kx)$$

$$\Psi\left(x, \frac{1}{8}\cdot\frac{2\pi}{\omega}\right) = 2A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin(kx)$$

$$\Psi\left(x, \frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}\right) = 0$$

$$\Psi\left(x, \frac{3}{8}\cdot\frac{2\pi}{\omega}\right) = 2A\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\sin(kx)$$

$$\Psi\left(x, \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega}\right) = 2A(-1)\sin(kx)$$



Keman yayının titreşimine benzer şekilde düğüm noktaları zamandan bağımsızdır. Sadece sabit dalga genliği zamanla salınır.

Daha genel bir ifadeyle dalga denklemi çözümlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\Psi(x,t) = \psi(x)\cos(\omega t)$$

Yukarıdaki özel durum için $\Psi(x) = 2A\sin(kx)$ yazılır.

Genel bir durum için,

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{-\omega^2}{v^2}\Psi(x,t) = -k^2\Psi(x,t) \quad \text{dir.} \quad (\omega/k = v)$$

$\Psi(x,t) = \psi(x)\cos(\omega t)$ ifadesi yerleştirildiğinde

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = -k^2 \psi(x) = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \psi(x)$$

de Broglie bağıntısı yerleştirildiğinde $\lambda = \frac{h}{p} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = -\left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 \psi(x)$

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = p^2 \psi(x)$$ olur.

Ancak $p^2 = 2m$ (K.E.) $= 2m\,[E - V(x)]$ (zamandan bağımsız potansiyel)

$$\therefore \quad \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)}$$

<u>Tek bir doğrultuda zamandan bağımsız Schrödinger Denklemi</u>

Artık, aşağıda verilen ana hatlara sahibiz:

- Işık ve maddenin dalga ve parçacık ikilemini içeren bir fiziksel tasvir!
    - Kararlı durumları ve özelliklerini hesaplamaya yarayan bir nicel teori!