

MIT Açık Ders Malzemeleri  
<http://ocw.mit.edu>

## **18.701 Cebir 1**

2007 Güz

Bu malzemedan alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için <http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

### Problemler 7

Atıflar için bkz. Artin, M. Algebra. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.

1. *Komütatör altgrubu*: Bir  $G$  grubunun  $a, b$  elemanlarının komütatörü  $aba^{-1}b^{-1}$  elemanıdır. Bir  $g \in G$  elemanına eğer bir  $a, b \in G$  için  $g = aba^{-1}b^{-1}$  ise bir komütatör denir.  $G$ 'deki tüm komütatörlerin sonlu çarpımlarının kümesine *komütatör altgrup* denir. Bu altgrubu  $C$  ile gösterelim.

(a)  $C$ 'nin  $G$ 'de bir normal altgrup olduğunu gösterin.

(b)  $\phi : G \rightarrow G'$  örten bir homomorfizm olsun. Kanıtlayın:  $G'$  grubunun değişmeli olması için  $\phi$ 'nin çekirdeğinin  $C$ 'yi içermesi gerekir ve yeter.

(c)  $O_2$  ve  $SO_3$  gruplarının komütatör altgruplarını belirleyin.

2. Düzlemin  $M$  izometri grubunun, iki farklı nokta etrafında dönme içeren bir  $G$  altgrubu olsun. O halde  $G$ 'nin bir öteleme içerdiğinin *cebirsal* bir kanıtını verin.

3. (a) Düzlemin bir  $m$  izometrisinin verilen koordinat sisteminde  $t_\alpha \rho_\theta$  veya  $t_\alpha \rho_\theta r$  şeklinde yazıldığını varsayalım. Bir  $x' = qx$  koordinat değişimi altında bu formüllerin nasıl değiştiğini,  $q = \rho_\alpha$ ,  $q = t_b$  ve  $q = r$  durumları için belirleyin.

(b) Yönelim koruyan bir koordinat değişimiyle yönelimi tersine çeviren bir izometri için elde edebileceğimiz en basit biçim hangisidir?

4.  $\mathbb{R}^2$  uzayındaki bir  $L$  kafesinin tabanı  $(a, b)$  olsun.  $L$ 'nin her  $(a', b')$  tabanının, bir  $2 \times 2$  boyutlu, birim determinanlı  $P$  tamsayı matrisi için  $(a', b') = (a, b)P$  şeklinde yazıldığını gösterin.

5. Bölüm 5, Alıştırma 4.10

6. Bölüm 5, Alıştırma 4.14'deki her farklı örüntü için, önce nokta grubunu belirleyin, sonra Şekil 4.16'da aynı simetriye sahip bir örüntü belirleyin.