

MIT Açık Ders Malzemeleri  
<http://ocw.mit.edu>

## **18.701 Cebir 1**

2007 Güz

Bu malzemedan alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için <http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

### Problemler 3

1.  $\mathbb{R}^k$  uzayının bir  $S$  altkümesi olsun ve bu kümenin  $a = (a_1, \dots, a_k)$  ve  $b$  noktaları verilsin. Şu şartları taşıyan bir  $x : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^k$  sürekli fonksiyonuna  $S$ 'de  $a$ 'dan  $b$ 'ye bir *patika* denir: (i)  $x(0) = a$  (ii)  $x(1) = b$ , (iii)  $x(t) \in S, \forall t \in [0, 1]$ .  $S$ 'de  $a$ 'dan  $b$ 'ye bir patika varsa  $a \sim b$  şeklinde bir bağıntı tanımlayalım.

(a)  $\sim$  bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösterin.

(b) Her iki noktasını bağlayan bir patika varsa,  $S \subset \mathbb{R}^k$  kümesine *patikalarla bağlantılı* denir.  $\sim$  bağıntısının denklik sınıflarının patikalarla bağlantılı olduğunu gösterin.

2. Gerçek genel doğrusal grup  $GL_n$  elemanter matrisler tarafından üretilir. Birinci ve üçüncü türden elemanter matrislerin üretmek için yeterli olduğunu, yani satır değiştirmeyeyle etkiyen matrislere gerek olmadığını gösterin.

3. Genel doğrusal grup  $GL_n$ 'nin bir  $S$  altgrubu verilsin. Bu tüm  $n \times n$  gerçek matrislerin uzayı  $\mathbb{R}^{n \times n}$  içinde bir altkümedir.  $A, B, C, D$  matrisleri  $S$ 'nin elemanı olsun.  $S$ 'de  $A \sim B$  ve  $S$ 'de  $C \sim D$  ise  $S$ 'de  $AC \sim BD$  olduğunu gösterin.

4. Genel doğrusal grup  $GL_n$ 'nin bir  $S$  altgrubu verilsin.  $S$ 'de birim elemanı içeren denklik sınıfına  $S$ 'nin *bağlantılı bileşeni* denir ve  $S^\circ$  ile gösterilir. Bağlantılı bileşenin  $S$  içinde normal bir altgrup olduğunu gösterin.

$S = GL_n$  grubunun bağlantılı bileşenini belirleyin ve  $S/S^\circ$  bölüm grubunu bulun.