

MIT Açık Ders Malzemeleri
<http://ocw.mit.edu>

18.701 Cebir 1

2007 Güz

Bu malzemedan alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için <http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

Problemler 2

Atıflar için bkz. Artin, M. Algebra. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.

1. Toplama altında \mathbb{R}^+ gerçel sayılar grubunun bir H altgrubu 0 dışında gelişigüzel küçük sayılar içermesin. Yani öyle bir $\epsilon > 0$ gerçel sayısı bulunmalı ki sıfır dışında her $a \in H$ için $|a| > \epsilon$ olsun. İspatlayın::

(i) Gerçel doğrunun sınırlı bir $[r, s]$ aralığı H 'den ancak sonlu sayıda nokta içerir.

(ii) Bariz grup değilse H , bir $a \neq 0$ pozitif gerçel sayısının tam katlarından oluşan $\mathbb{Z}a$ kümesine eşittir.

2. Sıfırlanmayan a, b tamsayıları verilsin. Eğer m ile a ve b 'nin en küçük ortak katını gösterirsek, $a\mathbb{Z} \cap b\mathbb{Z}$ grubu $m\mathbb{Z}$ grubuna eşittir. Hem a hem b m 'yi böler, ve eğer hem a hem b bir x tamsayısını bölerse m de x ' i böler. En büyük ortak bölenin özelliklerini kullanarak $ab = md$ olduğunu gösterin. Asal çarpanlara ayırma kullanmayın.

3. Aşağıdaki matrislerin $GL_2(\mathbb{R})$ içinde eşlenik olduğunu ancak $SL_2(\mathbb{R})$ içinde olmadığını gösterin.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Beş elemanlı bir küme üzerindeki denklik bağıntılarının sayısını bulun.

5. Bir G grubunun H, K altgrupları olsun ve $g \in G$ olsun.

$$HgK = \{x \in G \mid x = h g k, \quad (h \in H, k \in K)\}$$

kümesine *çifte eşküme* denir. Çifte eşkümelemin G 'yi payladığını (yani ayrık, boş olmayan ve bileşimleri G olan parçalara ayırdığını) gösterin.

6. Bir G grubunun birim elemanı içeren bir S altkümesinin sol eşkümeleminin G 'yi paylaştığını. O halde S 'nin G 'de bir altgrup olduğunu ispatlayın.