

MIT Açık Ders Malzemeleri
<http://ocw.mit.edu>

18.701 Cebir 1

2007 Güz

Bu malzemedен alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için <http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

Problemler 11

1. Bir-parametrel bir grup kendisiyle kesişebilir mi?
2. (i) $G = SL_2(\mathbb{R})$ olsun. Elemanter matrislerle eşlenik alarak, G 'deki $\pm I$ dışındaki her matrisin şu biçimlerden birindeki bir matrise eşlenik olduğunu gösterin:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & d \end{pmatrix} \text{ veya } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & d \end{pmatrix}$$

- (ii) G 'de bir

$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$$

matrisi verilsin. w yerine $t - x$ yazınca $\det A = 1$ şartı $x(t - x) - yz = 1$ haline gelir ve matrisin izi t olur. İz sabitse, bu denklemin çözümleri x, y, z uzayında bir kuadrik tanımlar. Bu şekilde ortaya çıkan tüm kuadrikleri tasvir edin ve eşlenik sınıflarına ayırıştırın.

3. $SL_2(\mathbb{R})$ grubunun hangi elemanları bir parametrel altgruplar üzerinde yer alır?

4. SO_3 grubundaki eşlenik sınıflarını üç yoldsan bulun:

- (i) Elemanlar \mathbb{R} üzerinde dönmeyle etkir. Hangi dönmelerin bir eşlenik sınıfı teşkil ettiğine karar verin.

- (ii) $SU_2 \rightarrow SO_3$ spin homomorfizmi iki gruptaki eşlenik sınıflarını ilişkilendirmek için kullanılabilir. Bunu yapın.

- (iii) SU_2 'deki eşlenik sınıfları kürelerdir. (ii)'yi kullanarak SO_3 'teki eşlenik sınıflarının geometrik bir tasvirini verin. (dikkatli olun: birden çok ihtimal var.)

5. (i) Vektör çarpımının \mathbb{R}^3 üzerinde bir Lie cebri yapısı tanımladığını gösterin.

- (ii) SU_2 'nin Lie cebri L_2 ve SO_3 'ün Lie cebri de L_3 olsun. L_1, L_2 ve L_3 Lie cebirlerinin izomorf olduğunu kanıtlayın.