

MIT Açık Ders Malzemeleri
<http://ocw.mit.edu>

18.702 Cebir II
2008 Bahar

Bu materyallerden alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için <http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitelerini ziyaret ediniz.

18.702 Problem Seti 1

13 Şubat, Çarşambaya

1. Todd-Coxeter algoritmasının yardımıyla, x, y elemanları tarafından aşağıdaki bağıntılarla üretilen grupları betimleyiniz

$$(a) x^3 = y^2 = yxyxy = 1,$$

$$(b) x^4 = y^3 = xyxy = 1,$$

$$(c) x^4 = y^3 = xyxy^{-1} = 1.$$

3. $GL_n(\mathbb{F}_p)$ grubunun bir Sylow p -alt grubunu bulunuz ve Sylow p -alt gruplarının sayısını belirleyiniz.

4. Mertebesi 30 olan grupları sınıflandırınız.

İpucu. G nin mertebesi 15 olan bir elemanı olduğunu göstermeye çalışınız.

5. V bir vektör uzayı olsun, ve $G = S_3$ simetrik grubunun V üzerinde bir temsili olduğunu varsayalım. x ve y G grubunun $x^3 = y^2 = 1$, $yx = x^2y$ bağıntılarını sağlayan üreteçlerini gösterebilir. $u \in V$ bir vektör, $v = u + xu + x^2u$ ve $w = u + yu$ olsun. v ve w nun G -yörüngelerini inceleyerek, V nin boyutu en fazla 2 olan bir değişmez altuzay içerdiğini gösteriniz. v ve/veya w nun sıfır olma olasılığını ihmal etmeyiniz.

6. S_n simetrik grubu, \mathbb{C}^n uzayına, koordinatların permütasyonunu alarak etki eder. Bu temsili, indirgenemez temsillere ayırınız.

İpucu. Bu problem 18.701 dersinde verilen, satırları bir vektörün permütasyonu olan matrisin rankını bulma problemiyle yakından alakalıdır. Diklik bağıntılarını kullanmak yerine bunu öneririm.