

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

PROBLEM SAATİ 16

1. A $n \times n$ matris ve $\vec{y}_1(t), \vec{y}_2(t), \dots, \vec{y}_n(t)$ ler $\vec{y}' = A\vec{y}$ denkleminin çözümleri olsun. Eğer $\{\vec{y}_i(t_0)\}_{i=1}^n$ bir t_0 anında lineer bağımsız ise verilen bir $\vec{y}(t)$ çözüme karşılık $\vec{y}(t) = c_1\vec{y}_1(t) + \dots + \vec{y}_n(t)$ olacak şekilde c_i sabitlerinin olduğunu gösteriniz. (yani $\{\vec{y}_i(t)\}_{i=1}^n$ fonksiyonları çözümlerin bir bazını oluşturur.

2. A bir $n \times n$ matris olsun.

- (a) \vec{v}_1 ve \vec{v}_2 , A nın sırasıyla λ_1 ve λ_2 özdeğerlerine karşılık gelen özvektörleri olsun. $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ise, \vec{v}_1 ve \vec{v}_2 vektörlerinin lineer bağımsız olduklarını gösteriniz.
- (b) Şimdi $n = 2$ olsun. $p_A(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^2$ ise, ya $A = \lambda_1 I$ olduğunu ya da λ_1 özdeğerine karşılık bir \vec{v}_1 özvektörünün ve $(A - \lambda_1 I)\vec{v}_2 = \vec{v}_1$ olacak şekilde \vec{v}_2 vektörünün olduğunu gösteriniz.
- (c) (b) de ki ikinci durumda,

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = A\vec{y}$$

sisteminin genel çözümünün

$$\vec{y} = e^{\lambda_1 t}(c_1 t + c_2)\vec{v}_1 + c_1 e^{\lambda_1 t}\vec{v}_2$$

biçiminde verildiğini gösteriniz.

3.

$$y' = 3y_1 + 2y_2, \quad y_2' = -2y_1 - y_2$$

sistemi için $U(0) = I$ koşulunu sağlayan $U(t)$ temel çözümler matrisini bulunuz.

4. 2×2 boyutlu A matrisinin izi ve determinantına bağlı hangi koşullar altında, $\vec{y}' = A\vec{y}$ denkleminin tüm çözümleri için $\lim_{t \rightarrow \infty} |\vec{y}(t)| = 0$ sağlanır