

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

PROBLEM SAATİ 15

1. $Ty = 0$ denkleminin

$$y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) = 0$$

başlangıç koşullarını sağlayan $y(t)$ çözümünden hareketle $T = p(D)$ diferansiyel operatörünü elde etme problemini göz önüne alınız.

($p(D)$ en fazla sabitle çarpım kadar farklı olabileceğinden, $p(D)$ yi monik kabul edebiliriz)

(a) $\mathcal{L}[y^{(j)}] = s^j \mathcal{L}[y] - s^{j-1}$, $j = 1, 2, \dots, n$, olduğunu kontrol ediniz ve $P(0) = 0$ olduğunda $Y(s)$ in $P(s)$ hakkında hiçbir şey söylemediği sonucuna varınız.

(b) $P(0) \neq 0$ ise, $P(s)$ in $Y(s)$ ile tamamen belirlenebileceğini gösteriniz.

2. $A: (a, b) \rightarrow M_n$ bir $n \times n$ bir matris ve her $t \in I$ için $\det A(t) \neq 0$ olduğunu kabul ediniz. $B(t) = A^{-1}(t)$ durumunda $B'(t)$ yi hesap ediniz.

3. İkinci basamaktan $x'' + p(t)x' + q(t)x = 0$ denklemini bilinen yolla birinci basamaktan $\vec{v}' = A\vec{v}$ sistemine dönüştürünüz. Orijinal denklemin x_1, x_2 çözümlerinin Wronskiyeni ile sistemin karşılık gelen \vec{x}_1, \vec{x}_2 çözümlerinin Wronskiyeninin aynı olduğunu gösteriniz. İkinci basamaktan denklemin çözümlerinin Wronskiyeni için Abel formülünün sisteminki ile aynı olduğunu $(\det Y(t))' = \text{tr} Y' \det Y(t)$ özdeşliğini ve $Y(t)$ matrisinin regülerliğini kullanarak gösteriniz.

4.

$$y' = 3y_1 + 2y_2, \quad y_2' = -2y_1 - y_2$$

sistemi için $U(0) = I$ koşulunu sağlayan $U(t)$ temel çözümler matrisini bulunuz.