

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

18.034 ARA SINAV 3

1. (a) (15 puan) f sürekli ve $f' \in E$ ise, $\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = f(0)$ olduğunu gösteriniz.

(b) (5 puan) $F(s) = 1$, bir $f \in E$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü olabilir mi?

2. (a) (10 puan)

$$y'' + 2y' + 2y = f(t), \quad y(0) = y'(0) = 0$$

başlangıç değer probleminin çözümünün

$$y(t) = \int_0^t e^{-(t-t_1)} f(t_1) \sin(t-t_1) dt_1$$

olduğunu gösteriniz.

(b) (10 puan) (a) şıkkındaki $f(t) = \delta(t - \pi)$ ise, başlangıç değer probleminin çözümünün $y(t) = h(t - \pi)e^{-(t-\pi)} \sin(t - \pi)$ olduğunu gösteriniz.

3. İki $\vec{y}_1(t) = (t^2, 2t)$ ve $\vec{y}_2(t) = (e^t, e^t)$ vektörlerini göz önüne alınız.

(a) Hangi aralıklarda \vec{y}_1 ve \vec{y}_2 lineer bağımsızdır?

(b) \vec{y}_1 ve \vec{y}_2 nin sağladığı bir diferansiyel denklem sistemini bulunuz.

4. $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ olsun.

(a) (10 puan) A nın özdeğerlerini ve özvektörlerini bulunuz.

(b) (10 puan)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$$

sisteminin genel çözümünü bulunuz.

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ olsun.

(a) (8 puan) A nın özdeğerlerini ve özvektörlerini bulunuz.

(b) (7 puan)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

başlangıç değer probleminin genel çözümünü bulunuz.

(c) (5 puan) $t \rightarrow \infty$ için çözümün nasıl davrandığını tanımlayınız.

(d) (ekstra puan) e^{At} yi hesaplayınız.