

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

18.034 ARA SINAV 2

1. (a) (10 puan) t , e^t ve te^t çözümlerine sahip sabit katsayılı bir lineer diferansiyel denklem bulunuz.

(b) (10 puan) p ve q $[-1,1]$ aralığında sürekli olmak üzere t^4 ve t^6 fonksiyonlarının $[-1,1]$ aralığında $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ denkleminin çözümleri olup olmayacağını kanıtlayınız.

2. Bir regüler L lineer diferansiyel operatörü için $Ly = 0$ denkleminin çözümlerinin bir bazı $y_1(t) = e^{2t}$ ve $y_2(t) = 2t^2 + 2t + 1$ olarak verilmiştir.

(a) (10 puan) y_1 ve y_2 nin Wronskiyenini hesap ediniz.

(b) (10 puan) *Parametrelerin değişimi* yöntemini kullanarak $Ly = t^2e^{2t}$ diferansiyel denkleminin bir çözümünü bulunuz.

3. (a) (10 puan) a sabiti, reel katsayılı p polinomunun bir kökü değilse, $P(D)y = e^{at}$ denkleminin bir özel çözümünün

$$y(t) = \frac{e^{at}}{p(a)}$$

olduğunu gösteriniz.

(b) (10 puan)

$$(D^4 + D^3 + D^2 + D + 1)y = 33e^{-2t}$$

denkleminin bir özel çözümünü bulunuz.

4. (20 puan)

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = te^{-t}$$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

5.

$$y' = 1 + y^2, \quad y(0) = 0$$

başlangıç değer problemini göz önüne alınız.

(a) (10 puan) Picard iterasyon metodunu kullanarak $y_1(t)$ ve $y_2(t)$ fonsiyonlarını elde ediniz.

(b) (10 puan) Başlangıç değer probleminin $(-a, a)$ biçimindeki bir aralıkta en fazla bir çözüme sahip olduğunu gösteriniz.

(c) (ekstra puan) $y(t)$ tam çözümünü bulunuz ve $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(t) = y(t)$ olduğunu gösteriniz.