

MIT Açık Ders Malzemeleri  
<http://ocw.mit.edu>

8.02 Elektrik ve Manyetizma, Bahar 2002

Lütfen aşağıdaki alıntı biçimini kullanınız:

Lewin, Walter, *8.02 Elektrik ve Manyetizma, Bahar 2002*  
(Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare).  
<http://ocw.mit.edu> (accessed MM DD, YYYY). License: Creative  
Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike.

Not: Alıntılarınızda lütfen bu materyalin gerçek tarihini kullanınız.

Bu materyalin alıntı olarak gösterilmesi veya kullanım koşullarımız hakkında daha fazla bilgi için, <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders Malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.02 Elektrik ve Manyetizma, Bahar 2002

## Transkript – Ders 25 Sürülen LRC Devreleri ve Rezonans

Böylece RC ve RL devrelerini tamamladık; bugün tüm dersi RLC devrelerine ayıracağım.

Temel bir fikir elde etmeniz açısından, sadece seri devrelerden bahsedeceğiz.

Burada bir sürücü güç kaynağı var, dalgalı akım. Burada bir C kapasitörü, L öz-indüktansı ve R direnci var. Bu dalgalı akımdır. Gerilim  $V_0 \cos \omega t$  olsun.

Bunun için diferansiyel denklemi kurmalıyız. Size Kirchoff'un çevrim kuralının geçerli olmadığını hatırlatmak isterim.

Böylece E nokta dL'nin kapalı halka entegrali sıfır değildir -- kitabınızın yazarı sıfır olduğuna inanmanızı istese de.

Bu denklemi nasıl kurarız?

Bunu yapabileceğiniz birçok yol var. Benim de kendi yöntemim var.

Bana göre, önce bir batarya olacak -- burası artı uç, burası eksi. Bir akım geçecek, kapasitör yüklenecek. Kapasitörün içindeki elektrik alanı bu yönde; öz-indüktörün içindeki elektrik alanı ise daima 0 , çünkü öz-indüktörün direnci yoktur.

Bazı kitaplarda ne yazarsa yazsın, öz-indüktörün içinde elektrik alanı yoktur.

Dahası, dirençteki elektrik alanı bu yöndedir ve güç kaynağının içindeki elektrik alanı, artıdan eksiye doğru, bu yönde olacaktır.

Böylece diferansiyel denklemi kurarken, buradan başlarım kendime göre daima aynı yönden giderim; çünkü kapalı halka integrali ancak o zaman  $-L \frac{dL}{dt}$  olur.

Böylece bu kapasitör üzerinden geçirim, bu C'nin V'sidir, yani  $V_C$  , ve sonra öz-indüktörün teli boyunca giderim.

Elektrik alan yoktur, dolayısıyla orada E nokta dL 'nin integrali sıfırdır.

Sonra direnç üzerinden geçirim ve  $I R$  elde ederim; ardından burada güç kaynağım var, bu nedenle  $V_0 \cos \omega t$  yazarım ve şimdi Faraday yasasına göre bu eşit  $L$ , eksi  $L$   $dI/dt$  'dir.

Akım eşittir  $dQ / dt$ .

Akım pozitifse – benim pozitif yönüm bu – kapasitörün yükü artacaktır.

Ayrıca biliyorum ki, kapasitör üzerindeki potansiyel farkı,  $V_C$ , kapasitör plakalarından biri üzerindeki yük bölü  $C$  'dir.

Böylece bunu bu denklemden yerine koyarım ve  $L dI / dt$  'yi sol tarafa geçiririm.

Geleneksel olarak yapılan budur. Bunu yapmak zorunda değilsiniz; fakat çoğunlukla böyle yapılıyor.

Böylece bir  $+ L$  elde ederim;  $dI / dt$  şimdi  $d^2Q / dt^2$  haline gelir – amacım herşeyi  $Q$  cinsinden elde etmek -- ;  $I R$  ise  $R dQ / dt$  'dir;  $V_C$ , yerine  $Q / C$  yazacağım. Dikkat ederseniz, onları sıraya koydum:  $d^2Q / dt^2$  ,  $dQ / dt$  ve sonra  $Q$ ; bunu yapmayabilirsiniz, fakat böyle yapmanın da yanlış bir tarafı yok – ve sonra burada “ eşit  $V_0 \cos \omega t$  “ elde ederim.

Bu, birçok kitabın size sunduğu diferansiyel denklemdir.

Bu denkleme birçok yolla ulaşılır. Birçok kitap bu sonuca tamamen yanlış yolla ulaşır. Fakat sonuçta ‘ nasıl oluyorsa ‘ bu denkleme ulaşırlar.

Bu denklemi çözmek zorundasınız; fakat şimdiki bilginiz buna yeterli değil. Bu ikinci dereceden bir diferansiyel denklemdir ve 18.03 dersinin konusudur. Dolayısıyla, size çözümü vereceğim.

Temel düşünce olarak,  $Q$ 'yu zamanın fonksiyonu olarak bulunca, kuşkusuz akıma da sahipsiniz demektir, çünkü türevini alırsanız akımı elde edersiniz.

Size zamanın fonksiyonu olan akımı vereceğim.

Böylece bu diferansiyel denklemi sağlayan  $I$ , eşittir  $V_0$  bölü kare-kök içinde

$R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2$  ve tümünün  $\cos (\omega t - \phi)$  ile çarpımı.

Ve  $\tan \phi = (\omega L - 1/\omega C) / R$  'dir.

Burada paydaki ifadeye bir isim veririz; ona **reaktans** deriz.

Bu reaktans, ki onu  $X$  ile, bazen de  $chi$  ile gösteririz,  $(\omega L - 1/\omega C)$  'dir.

Birimi ohm 'dur.

Burada gördüğünüz tüm kare-kökü büyük  $Z$  ile gösteririz ve ona **impedans** deriz. Böylece  $R^2$  artı  $X^2$  'nin kare-kökü eşit  $Z$  'dir; birimi ohm'dur; işte buna impedans denir.

Böylece  $Z$  etkin dirençtir, çünkü bunun tümü direnç gibi davranır.

Fakat bu direnç, sadece  $R$ ,  $L$  ve  $C$  'ye bağlı değil, ayrıca omeganın değerlerine de bağlıdır.

Kararlı çözüm dediğimiz, bu çözümdür; bir süre bekledikten sonra elde edilen çözümdür.

Düzeneği açar açmaz deneye başlarsınız; başlangıçta, çok karmaşık olan farklı bir çözüm elde edersiniz. Bir geçiş olayı yaşarsınız; ama bu geçiş olayı söner ve sonuçta üstte verdiğimiz çözüme ulaşırsınız.

Bu çözümden görebileceğiniz birçok ilginç şey vardır.

Bu bir saatte, bu çözümü özümsemelisiniz. Çok ilginç yanlara sahiptir.

Birisi şudur:  $\phi$  pozitif olduğunda, akımın sürücü voltaja göre gecikebileceğini görürsünüz. Akım, voltajdan daha sonra gelir.

Bu, indüktörün bir sonucudur; daha önce bunu tartışmıştık.

Fakat şimdi, akımın voltajın önüne geçmesi de mümkündür; ki bunu sezgisel olarak anlamak çok zordur.

Bu terim şu terimi bastırıldığında, bu durum söz konusudur; o zaman  $\phi$  negatif hale gelir ve böylece eksi  $\phi$  pozitif olur.

Eksi  $\phi$  pozitif olursa, akım voltajın önüne geçer.

Şimdi "bu nasıl mümkün olabilir?" diyebilirsiniz.

Bu, düzeneği açmadan önce zaten bir akım vardı, anlamına mı gelir? Kuşkusuz bu anlama gelmez. Fakat bu geçici bir çözümdür. Hatırladınız mı?

Bir şeyleri açtığınızda, onu devreye soktuğunuzda, bu çözüm henüz geçerli değildir.

Bu kararlı-hal çözümdür.

Böylece  $I_{max}$  değeri – kosinüs teriminin önündeki ifadeye  $I_{max}$  diyoruz.-- bugün de ayrıntılarını inceleyeceğimiz gibi, bu  $I_{max}$ ,  $R$ ,  $L$  ve  $C$ 'ye bağlı olduğu gibi, omeganın kendisinin de bir fonksiyonudur.

$Z$  'nin ve dolayısıyla omeganın özel bir değeri vardır ve bu değerde  $I_{max}$  maksimuma ulaşır. Rezonans dediğimiz işte budur.

Akımın daha yüksek olduğu başka bir omega değeri yoktur.

Buna, bu duruma **rezonans** diyeceğim.

$X = 0$  olduğunda, rezonans söz konusudur; yani  $\omega L = 1 / \omega C$  olduğunda , ya da  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  'ye eşit olduğunda.

Bu değere, rezonans frekansı deriz ve rezonans frekansıyla uğraştığımızı hatırlatsın diye küçük bir 0 alt-indisi koyarız.

Bu durumda,  $Z$ ,  $R$  'ye eşit olur; çünkü  $X = 0$  olduğunda  $\omega L$  ve  $1 / \omega L$  birbirlerini yok ederler.

Artık orada değildirler; yok olmuşlardır. Ve sistem sadece direnç varmış gibi davranır.

Bu durumda elde ettiğiniz maksimum akımın, basitçe,  $V_0$  bölü  $R$  değeri olduğunu görürsünüz; çünkü  $Z$  impedansı şimdi  $R$  'ye eşittir.

Üstelik,  $\phi$  ile ilgileniyorsanız,  $\phi$  sıfır haline gelir; böylece sürücü voltaj geçen akımla aynı fazdadır.

Böylece göreceğiniz sinyal, akımda kosinüsoidal bir değişimdir; böylece burada zamanın fonksiyonu olan bir akıma sahipsem, bunun gibi bir sinyaliniz vardır ve bu  $T$  periyodu  $2\pi / \omega$  'dır.

Böylece bu doğrudan sürücü frekansınızla ilgilidir.

Eğer  $Z$  impedansı çok düşükse, akımın bu maksimum değeri, -- maksimum değer dediğimiz budur, ve kuşkusuz burada da maksimum değerdedir; şu farkla ki, burada kosinüs  $-1$  ve burada  $+1$  'dir; evet  $Z$  çok düşükse, o zaman akım çok yüksek olacaktır.

Eğer  $Z$  çok yüksekse, bu çok düşük olacaktır.

$Z$ 'nin tek bir değeri için sistem rezonans durumundadır ve bu değeri, öz-indüktans ve kapasitör birbirini yok ettiği durumda alır. Bu durumda, akımın en yüksek değeri olan

$\frac{V_0}{R}$  değerini elde edersiniz. Ve bu alabileceği en yüksek değerdir.

Bir LRC devremizin olduğunu düşünelim.  $L$ ,  $R$  ve  $C$  sabit, fakat frekansı değiştiriyoruz.

$\omega$  'yı çok düşük bir değerden çok yüksek değerlere değiştirerek,  $Z$ 'nin çeşitli değerlerini tarayabilirsiniz.

$\omega$  'nın çok düşük bir değeri ile başlarsanız; diyelim ki onu 0'a yaklaştırdık, o zaman dikkat ederseniz  $Z$  sonsuza gider ve böylece maksimum akım sıfır olur.

Bunun sorumlusu kapasitördür. Çünkü  $\omega$  sıfıra giderse, bu sonsuza gider.

Bu sezgisel olarak akla yakındır; çünkü omeganın sıfır olması, artık gerçekten hiç dalgalı akım (AC) yok, sadece doğru akım (DC) var demektir.

Ve doğru akımla yaptığınız şey, kapasitörü yüklemektir; tam olarak yüklendiğinde, artık akım geçemez. Böylece, bu sezgisel olarak akla yakındır.

$\omega$  çok yüksek hale geldiğinde, diyelim ki sonsuza gittiğinde, Z gene sonsuza gider.

Maksimum akım, gene sıfıra gider.

Bunun sorumlusu öz-indüktördür. Çünkü  $\omega$  sonsuza giderse, Z gene sonsuz gider.

Böylece burada gene sıfır elde edersiniz.

Ve bu da sezgisel olarak aklımıza yatar. Çünkü sonsuz yükseklikte bir frekansa sahip olursanız, bu, öz-indüktörün muazzam bir mücadele vereceği anlamına gelir.

Değişimlerin meydana geldiği zaman aralığı sıfıra giderse, bu durum, öz-indüktörün akıma karşı koyması için idealdir.

Böylece o gene "üzgünüm, hiç akıma sahip olamazsınız. " der. Bu da akla yakındır. O zaman öz-indüktör baskın bir faktör haline gelir.

Şimdi yapabileceğim şey,  $I_{max}$ 'ı  $\omega$  'nın bir fonksiyonu olarak çizmektir.

Burası  $\omega$  'dır, burası  $I_{max}$ ;  $\omega = 0$  için,  $I_{max}$  'ı da sıfır olarak kabul ederiz.

Fakat  $\omega$  çok yüksek olduğunda, o yine sıfır olur.

Fakat rezonans halinde,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ' dir. -- Dikkat ederseniz, R'nin rezonans frekansı ile ilgisi yoktur; o aslında L ve C ile belirlenir; çünkü sıfır yapmaya çalıştığınız X'tir ve X, L ve C'nin bir fonksiyonudur.  $\omega_0$  frekansında, burada  $\frac{V_0}{R}$  değerine sahibiz.

Böylece göreceğiniz eğri, ki ona rezonans eğrisi diyeceğiz, buna benzer bir şeydir.

Aşırı küçük bir akımla başlarsınız, rezonanstan geçerken yüksek bir akıma sahip olursunuz ve sonra yüksek frekanslarda gene sıfıra inersiniz.

Ve sol tarafta rezonansın altında olduğunuzda, tüm oyunda baskın eleman gerçekten kapasitanstır – ve bu arada,  $\phi$  burada sıfırdan daha küçüktür – burada anahtar rolü oynayan indüktördür ve burada  $\phi$  sıfırdan daha büyük değere sahiptir. Tam burada, tam rezonansta olduğunuzda,  $\phi$  sıfırdır; sadece burada.

Size bazı sayısal sonuçları göstermek istiyorum. Bunun için bir slaydım var – Web'te de var; böylece sayıları kopyalamanıza gerek yok, onları indirebilirsiniz.- Bunlar sizinle birlikte kafa yormak istediğim bazı sayısal değerler sadece; böylece

gözlerinizin önünde olduğu için, olayı daha iyi hissedersiniz; neler oluyor? Bu eğri nasıl evriliyor?

Burada size R, L, ve C verilmiştir: Sırasıyla, 10 ohm,  $5 \times 10^{-2}$  Henry ve  $3 \times 10^{-7}$  Farad.

Rezonans frekansı saniyede 8000 radyanın biraz üstündedir; burada onu kiloHertz olarak görüyorsunuz ve burada empedansı görüyorsunuz – ve burada rezonans frekansının %10 altında bir sürücü frekansa sahibim.

Sizin için şunları hesapladım:  $\omega L = 367$  ohm ve  $1/\omega C = 453$  ohm.

Rezonansın biraz altındasınız; dolayısıyla C baskındır.

Görüyorsunuz ki, gerçekten, bu ohm değeri bundan daha büyüktür.

Bunlardan pat diye X için bir değer ve Z için bir değer çıkar.

X 'in, 86 ve Z 'nin ise 86'dan kılıpayı kadar fazla olduğuna dikkat edin; çünkü R neredeyse Z'ye eklenmez. Zira Z'yi  $\sqrt{(10^2 + 86^2)}$  ifadesinden elde edersiniz; bu da hemen hemen 86'dır. 87 haline gelir.

Maksimum akım,  $V_0$  'ın bu değeri bölü Z, yani 87 olarak, 0,11 Amper çıkar.

Şimdi, sistem rezonansa sürülmektedir ve dikkat ederseniz  $\omega L$  ile  $1/\omega C$  'nin aynı değere sahip olması tam rezonans halinin bir özelliğidir.

Artık orada değildiler; birbirlerini yok etmişlerdir.

Böylece X sıfır olur ve dirence eşit olan impedans 10 ohm olur. Böylece maksimum akım  $V_0/R$ 'dir; o da 1 Amperdir.

Rezonansın %10 kadar üzerinde olduğunuzda, öz-indüktör kapasitörden daha güçlü olacak hale gelir ve gene akımınız önemli ölçüde düşer; bu durumda rezonansın 8 kat daha düşüktür.

Rezonanstaki değerlerin 0.7 katı gibi bir yükseklikte, bu eğrinin genişliğini tanımlarız.

Bu genişlik  $\Delta\omega$  cinsinden verilir.

Bu genişlik, R bölü L 'dir -- Matematiksel ispatını vermeyeceğim; zor değil, ama biraz baş ağrıtır. Böylece R büyüdükçe, bu genişlik de artar.

$\Delta\omega$  'ya bakacak olursak, buradaki değerler, yani  $R = 10$  ohm ve  $L = 5 \times 10^{-2}$  Henri için,  $\Delta\omega$  genişliği yaklaşık 200 radyan/saniyedir.

Q' yu yük olarak tanımlamıyoruz – bunu asla yük ile karıştırmayın -- Buna **rezonansın kalite çarpanı** diyoruz ve onu  $\omega_0$  bölü  $\Delta\omega$  olarak tanımlıyoruz.

$\omega_0$  'ın kendisi 1 bölü LC 'nin kare-kökü ve  $\Delta\omega$  ise R bölü L 'dir.

Böylece kalite çarpanı, 1/R kere L/C 'nin kare-kökü olarak bulunur.

Kalite faktörü, şu işaret ettiğim  $\omega_0$  bölü bu  $\Delta\omega$  için bir ölçüdür.

Kalite çarpanı büyükse, bu doruk oldukça dardır; küçükse, doruk oldukça geniştir.

Kendinize şu soruyu sorabilirsiniz: Rezonansta  $\Delta\omega$  'yı neden maksimum akımın %70' inde tanımlıyoruz?

Neden yarısında değil?

Bunun için iyi bir neden var; o da şu: Pratikte, akımdan ziyade güç ile ilgileniriz

Güç, akımın karesiyle orantılıdır. Ve bunun karesini aldığınızda 0,5'i elde edersiniz.

0,5, bunun gerçekten yarı-güçteki genişlik olduğunu ifade eder.

Rezonansta akımın 0,7 katını seçmemizin nedeni işte budur.

O, gerçekten yarı-güç genişliğidir.

Rezonans yıkıcı olabilir.

Düşünün bir kere! Yüksek-Q 'lu bir sisteminiz varsa, ve hafifçe rezonans-dışında iseniz, neredeyse hiç akım yoktur, direncinizde güç kaybı yoktur. Ve şimdi aniden rezonans üzerine gelirsiniz; muazzam bir akım oluşur; bu, dirençte büyük bir güç kaybı var demektir ve direncinizi yakabilirsiniz.

Dikkatli olmazsanız, devrenizi tahrip edebilirsiniz.

Bir sonraki dersimizde tıbbî-mekanik rezonanslarını tartışacağız.

Mekanik sistemler bilinçsizce yıkıcı olabilirler.

Belli frekanslarda bu sistemler çılgınca davranabilirler; giriş frekanslarına aşırı şiddetle karşılık verirler ve birçok şey yıkılabilir.

İnsanlar da rezonans frekanslarına sahiptir; isterseniz bunlara coşkusal rezonanslar diyebilirsiniz.

Tümünde duygusal ruh halleri vardır.

Birisi özel bir durumda, "tepesinin atması" yorumunda bulunur.

Ayrıca, aşık olma, düşünürseniz, bir rezonans olayıdır ve bu da çok yıkıcı olabilir.

Çoğumuz biliriz ...



Şimdi size rezonans eğrileri göstermek istiyorum. -- R, L, ve C'nin değiştirebileceğim özel değerlerini seçeceğim ve sonra akımı frekansın fonksiyonu olarak göstereceğim.

Bunlar benim seçtiğim değerler.

Gene, bunlar Web'de var; oradan indirebilirsiniz, kopyalamanıza gerek yok.

Gösterinin tadını çıkarabilirsiniz diye, ışık düzenini değiştireceğim.

Fikir versin diye, burada sahip olduğum değerler; ilk sırada görüyorsunuz, R = 60 ohm, öz-indüktans 50 miliHenry ve kapasitans 0,3 mikrofarad'tır. Orada verilmiş.

Burada rezonans frekansını veriyorum;  $\omega$  radyan bölü saniye cinsinden 8000. Bu Hertz olarak rezonans frekansıdır -- ve sırf ilgilenirseniz diye, orada Q değerini de verdim.

Şimdi sizin için yapacağım şey, giriş frekansını 0'dan 16000 radyan/saniye'ye kadar taramak.

Böylece  $\omega$  'm, 0'dan 16000'e kadar gider.

Ve değerleri, oldukları haliyle, burada bırakıyorum.

Ve bu 8000'in altını ve üstünü tarayacağım. Eğriyi göreceksiniz.

Şu farkla ki, size  $I_{max}$ 'ı değil de, I 'nin kendisini frekansın bir fonksiyonu olarak göstereceğim.

I salınır, çünkü burada kosinüs terimi vardır.

Böylece, eğer örneğin burada olsaydım,  $\omega$ 'nın bu değeri için, akımın yukarı çıktığını, aşağı indiğini; çıktığını, indiğini; çıktığını ve indiğini görecektiniz.

Ve burada olduğumda, bunu göreceksiniz.

Şunu aklınızda tutun; orada göreceğiniz eğriye baktığınızda, o sadece eğrinin zarfı olacaktır, yani  $I_{max}$ .

Fakat aslında frekansın fonksiyonu olarak tüm akımı görürsünüz.

Bunu yapacağım; dört değer için de, orada onları göreceksiniz.

Şimdi, optimum durumu elde etmek için, önce ışıkları ayarlayalım.

Ve şimdi, size göstereceğim.

Zaten ilk sıradaki sonuçlar bunlar – yani bunlar orada gördüğünüz değerlerdir.

Devam ediyorum, yavaşça gidiyorum.

Şimdi omega burada sıfır, omega artıyor; rezonanstan geçiyorum ve omega burada, değeri burada sahip olduğumuz gibi saniyede 16000 radyandır.

Omega, 0 ile 16000 arasını geri ve ileri taramaktadır.

Böylece rezonans önemli bir yükseliş görüyorsunuz.

Şimdi yapacağım şey, öz-indüktansı iki katına çıkarmak.

Çünkü eğer L iki katına çıkarsa; bu yükselir,  $\omega_0$  rezonans frekansı düşer.

Bütün göstermek istediğim, şu rezonans frekansı, ki işte burada – bu maksimumdur – bu rezonans frekansı kayacaktır.

Çünkü L'yi 2 çarpanıyla arttırsam, rezonans frekansı 2'nin kare-köküyle azalacaktır.

Yani L'yi 2 katına çıkaracağım – doğru düğme olduğundan emin olayım -- ve bu benim L'm.

Dikkat ederseniz, rezonans frekansı şimdi düşük bir değerdedir, işte burada.

Rezonansın doruk değerinin değişmediğine de dikkat edin.

Çünkü rezonansın doruk noktası, tahtada da görüyorsunuz,  $V_0 / R$  'dir.

Böylece R'yi değiştirmedikçe, o da değişmez.

Değişen sadece frekanstır. Omega sıfır, 1 bölü karekök LC' dir.

Bu değişir. Şimdi buradadır.

L'yi 2 katına çıkarmıştım; şimdi C 'yi değiştirerek onu başlangıçtaki rezonans frekansına geri getirebilirim.

L'yi 2 katına çıkarmışsanız, sadece C'yi 2 kat azaltarak aynı rezonansa geri dönersiniz.

Böylece C'yi 2 çarpanıyla azaltacağım; şimdi yapıyorum. Şimdi buraya bakarsanız ve iyi bir hafızaya sahipseniz, rezonans frekansının eskiden olduğu değere geri döndüğünü göreceksiniz.

$V_0 / R$  yine değişmemiş ve rezonans frekansı buraya geri dönmüştür. L şimdi 2 kat daha yüksek olmasına karşın, C, 2 kat daha düşüktür.

R'nin etkisini göstermek için R'yi 2 katına çıkaracağım ve başka her şeyi öyle bırakacağım; böylece rezonans frekansı aynı yerde kalacak. Fakat kuşkusuz maksimum akım, bu yüksek değer düşecektir; çünkü görüyorsunuz maksimum akım  $V_0 / R$  dir ve R, 2 katına çıktığında maksimum akım 2 kat azalacaktır.

60'tan -- 50'den -- oh, hayır. 60'tan 100'e giderim; iki katına çıkaramıyorum, 100'den ileri gidemiyorum. Fakat yine de önemli bir azalma göreceksiniz.

Eğer bunun için hazırsanız – bu yüksekliği hatırlayın -- burada şimdi 100 ohm'u görüyorsunuz ve akım çok daha düşük.

Öncesinde bu yükseklikteydi, şimdi ise sadece bu kadar.

Fakat dikkat ederseniz, rezonans frekansı değişmedi.

Bu gerçekten ilginç bir davranıştır. Her zaman ne olduğunu düşünüp öyle sonuca varmalısınız. Bunun için fazla bir sezginiz yok. Yalnız değilsiniz, benim de fazla bir sezgim yok.

Fakat bu oldukça basit denklemlerle – onlar gerçekten o kadar zor değiller- burası, gerçekte denklemin kalbi budur, ve sonra  $\tan\phi$  'niz, faz gecikmeleriyle ilgilenmeniz durumunda – bunlar o kadar zor değiller.

Çözümü elde etmekten sizi sorumlu tutmayacağım. Size çözümü vereceğim.

Bu çözümle pek çok şey yapabilirsiniz ve bu devrenin davranışını gayet iyi bir şekilde anlayabilirsiniz.

Şimdi bir gösteri yapacağım.ama sizi uyarıyorum. Ne yaptığımı sıkı bir şekilde, adım adım izlemelisiniz.

Eğer küçük bir adımı kaçıırırsanız, önümüzdeki 12 dakikayı kaybedersiniz.

Tamamen kaybedersiniz.

Şimdi hoş şeyler göreceksiniz, fakat neye baktığınızı bilmiyorsunuz.

Beni yakından izleyin. Bir LRC devrem var. LRC devresi tam burada.

Bu benim L 'm, 0.1 Henry; bunlar C'ler ve bu da R direncim, 200 watt'lık bir ampul.

Bir LRC devrem var.

L, R, ve C değerlerini vereceğim. Bunu 60 Hertz'te süreceğim.

Böylece omega 377 radyan/saniyeye eşit olur.

Önümüzdeki 12 dakika boyunca ne görecekseniz, onlar değişmeyecek. Frekans verilmiş.

Duvardaki prize takıyorum ve benim sürücü voltajım  $110\sqrt{2} \times \cos\omega t$  'dir ve  $\omega$ , bu omegadır. Yani 110 volt, tabiri caizse, duvardan çıkar.

R ampülüm sıcakken 60 ohm 'dur; o 200 wattlık bir ampüldür.

Yani parlaksa, 200 watt'tır.

L öz-indüktansı 0.1 Henry, kapasitans 8 mikroFarad' dır.

Bunlar çok uygun değerlerdir. Bu üç değerle Z'yi hesaplayabilirim. Z, 300 ohm'dur.

İlgilenmeniz halinde, size  $\omega L$ 'yi de verebilirim; o, 38 ohm'dur ve  $1/\omega C$  332 ohm'dur.

Dikkat ederseniz, bu,  $\omega L$ 'ye göre açık farkla baskın bir oyuncudur.

Rezonans frekansıyla ilgilenmeniz halinde,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  'dır ve değeri yaklaşık 1120 radyan/saniyedir.

Başka bir deyişle, sürücü frekansım rezonansın yakınlarında değildir.

Rezonansın çok altındayım. Rezonansın altında olduğunuzda, C baskındır.

332 ohm'a bakın ve 38 ile karşılaştırın.

Artık, maksimum akımın ne olduğunu hesaplayabilirim; yani  $I_{\max}$  'ı elde edebilirim.

Bu,  $V_0$  bölü Z 'dir, yani impedans. Sayısal olarak, 110 çarpı kare-kök 2 bölü 300 ohm = 0.5 Amperdir.

Şimdi ampulde ne kadar güç kaybolduğunu söyleyebilirim; ki bu  $I^2 R$  'dir.

Dirence sahip olan tek parça ampuldür; ayrıca belki L de biraz dirence sahiptir; fakat şimdilik onu göz ardı edeceğiz. Ampulde bir tam salınımın üzerinden ortalama güç ,  $I^2 R$  'nin ortalama değerine eşittir.  $I^2$  'nin içindeki  $(\cos\omega T)^2$  'nin zaman ortalama değeri daima  $\frac{1}{2}$  'dir. Böylece  $\frac{1}{2} I_{\max}^2 R$ 'yi elde edersiniz.

Böylece sonuç olarak,  $\frac{1}{2}$  çarpı 0,5 'in karesi çarpı ampulün R direnci olan 60 ohm eder 7.5 watt.

Çok az. Neden çok az?

Çünkü, bu sistemi tasarlama yolumuz buydu. Rezonansın çok altındayız.

Eğer fişi prize takarsam, ampul sadece 7.5 watt güç verir ve hiçbir şey görmezsiniz.

Buna hazır mısınız?

Üç, iki, biir, sıfır.

Fizik işlemektedir. Hiçbir şey görmüyorsunuz. Ampul yanmıyor. Harika.

Şimdi soru geliyor. Sistemin rezonans haline dönmesi için ne yapabildik?

Sürücü frekansımızın  $377 \text{ rad/s}$  olduğunu biliyoruz.

Öyleyse ne yapabiliriz? Devredeki C'yi değiştirebiliriz ya da devredeki L'yi.

C'yi artırırsak veya L'yi artırırsak rezonans frekansı 1120 'den aşağı kayar. L'yi büyüterek veya C'yi büyüterek rezonans frekansını aşağı kaydırabileceğiniz açıktır.

Hedefim onu  $377 \text{ rad/s}$  'ye getirmek.

Önce burada  $\omega$  frekansının fonksiyonu olarak, kabaca,  $I_{\max}$  eğrisini çizmek istiyorum; bu biraz önce yaptığım gösteridir.

$\omega = 1120$  iken,  $R$ 'nin 377 değerinde 0.5 Ampere sahiptik.

Böylece bu,  $\omega$ 'ya karşı  $I_{\max}$  eğrimizin bir noktası.

Şimdi şu soruyu sorabilirim: Eğer sistemi rezonans frekansıyla sürersek, maksimum akım ne olur?

Onu rezonans frekansıyla süremiyoruz. Fakat rezonans frekansıyla sürdürdüğümüzü varsayalım.

Rezonansta,  $I_{\max} = V_0$  bölü  $R$  'dir.

Rezonans halinde öz-indüktör yoktur ve kapasitans yoktur.

Buna göre,  $I_{\max} = 110$  çarpı kare-kök 2 bölü 60 olur.

Bu da 2.6 Amper'dir.

$\frac{1}{2}$  'den çok büyük.

Bu değer burada 2,6 Amper olur.

Ne kadar kötü, oraya gidemiyorum; çünkü 377'de tıkanıp kaldım; bunu değiştiremiyorum.

Gösteri deneyim boyunca, sürücümü bu değere sabitledim.

Aklınızda olsun, sürücü hep bu frekanstadır; bunu değiştiremem.

Böylece rezonans eğrisi – buna rezonans eğrisi diyoruz -- bunun gibi çok geniştir.

Ve inanıyorum ki  $Q$ 'nun değeri 2 civarındadır. Bunu kendiniz de kontrol edebilirsiniz.

Rezonansta, ampulün harcadığı gücün ne olduğunu hesaplayabilirim.

Bu,  $1/2 -- \cos^2$  'nin zamanca ortalamasıydı – çarpı 2,6 Amper olan  $I_{\max}$  'ın karesi ve çarpı 60 ohm olan direnç; hepsini çarpınca 200 watt çıkar.

Ne tesadüf. Gösteri deneyimizi düzenleme yolumuzdu bu.

Eğer rezonansta olabilseydik, ampul, meddeki midye gibi, çok mutlu olacaktı: tam olarak 200 watt.

O, 2.6 Amper ister; istediği tam budur. Tam o zaman 200 watt'lık bir ampuldür.

Ampulü mutlu etmek istiyoruz. Bunu nasıl yapabiliriz?

Evet, ya  $L$ 'yi arttırırız, ya da  $C$ 'yi arttırırız.

Bu gösteri boyunca bir taşla iki kuş vurmak istiyorum. L'yi artırmanın daha önce hiç görmediğiniz bir yolunu öğreteceğim size.

Burada Kappa değerinin 10-12 olduğu bir ferromanyetik maddem var – şimdilik 10 diyelim. -- Bu şu anlama gelir: eğer demir çekirdeği içeri getirirsem, bunu 1 Henry'ye çıkarabilirim.

Çünkü hatırlarsanız, öz-indüktans, solenoidteki akının, akıma oranıdır.

Ve eğer 10 Kappa M 'li ferromanyetik maddeyi içeri getirirseniz, akı 10 kat artar.

Akım aynı kalır ve buna bağlı olarak öz-indüktans 10 kat artar.

Yani ferromanyetik maddeyi getirip götürerek, değişken bir öz-indüktans yapabileceğimizi görürsünüz.

Şimdi soru şudur: Rezonansa getirmek için, L'nin büyüklüğü ne olmalıdır?

Aslında, bu çok kolay; çünkü sürücü frekansımızın 1 bölü LC'nin kare-kökü olduğunu biliyoruz; ve bunu 377 yapmak istiyoruz.

Biliyoruz ki C, 8 mikrofarddır; ve çok uygun olduğu için onu değiştirmeyeceğiz.

Kolayca gösterebiliriz ki, L'yi 0,88 Henry yapabilirsek, rezonansa geri dönebiliriz.

Rezonans halinde  $377 \text{ rad/s}$  'ye sahip oluruz.

$\omega L$ 'nin 332 ohm olmasına şaşırılmamalıdır.

Elbette 332 ohm olacaktır, çünkü 1 bölü  $\omega C$ 'yi yutacak, birbirlerini yok edeceklerdir.

Bu, basitçe  $\omega L = 332$  olmalı diyerek, L'nin değerini hesaplayacağımız bir başka yoldur. Demek ki, rezonans frekansını elde etmek için çeşitli yollar var.

Yapacağım şey şuydu: L'yi, 0,88 Henry yaparak, rezonans frekansını bu değere kaydurdum ve şimdi rezonans eğri buna benzer.

Fakat yükseklik aynı kalacaktır; çünkü yükseklik,  $V_0$  bölü R olarak belirlenmiştir.

Şimdi düzeneği daha önceki gibi çalıştıracam, bu rezonans eğrisi olduğunda hiç ışık göremeyeceksiniz.

Ve demir çubuğu içeri doğru iteceğim, muhtemelen tam itmeme gerek kalmayacak; o zaman sistem rezonans haline gelecek, 2.6 Amper elde edeceksiniz ve ampul mutlu bir şekilde ışık verecek.

Şimdi bunu yapalım.

Sistem burada, akım geçiyor. 60 Hertz, 110 volt.

Kare ortalamanın kökü dediğimiz şey, rezonanstan uzak, 7.5 watt, ampul ısınmadı bile.

Şimdi bu büyük demir çubuğu buraya getiriyorum, içeri soktuğumda öz-indüktans yavaş yavaş artacak, rezonans frekansı kayacak ve sistemden geçen akım artacak.

Ve işte !.

Şimdi rezonansın üstündeyim. Ve ampul oldukça memnun.

Bir şey daha yapmak istiyorum.

Kapasitansı iki katına çıkarırsam ne olur?

Rezonans frekansı, bulunduğu değerden daha da aşağı gider. Hatırlarsanız, L ya da C'yi arttırdığımızda, rezonans frekansı azalıyordu.

Şimdi kapasitansı iki katına çıkaracağım.

Orada solda gördüğünüz eğri kaydı, hatta daha da sola kaydı.

Ampul pek de memnun değil. Sistem yine rezonans-dışı.

Fakat C'yi değiştirirsem -- 2 katına çıkardım -- L'yi 2 çarpanıyla azaltabilirim; bütün yapacağım, demiri yavaşça dışarı doğru çekmek.

O zaman rezonans frekansı tekrar  $337 \text{ rad/s}$  değerine geri gelir.

İzleyin. Rezonans haline geri dönüyor.

Şaşırtıcı, değil mi? Fizik çalışıyor.

Size bu deneyi gösterdim ve buna çok zaman harcadım, çünkü bu denklemlerle görün, onlarla değerlendirin istedim.

Genel olarak, fizikte, yanıt denklemlerde yatar; ancak belli bir anlayışa ulaşırsanız bu işler. Ve bu her zaman kolay olmayabilir, gösteriler buna yardım ederler.

Görmek inanmaktır.

Onu özümsemek için, evde bunun üzerinden bir daha geçmelisiniz.

Bunların tümüne bir derste ulaşabileceğinizi sanmam; kuşkusuz bu mümkün değil.

Burada yeni bir impedansımız var, burada bir reaktansımız var; şu fikre sahibiz:  $\omega L$ ,  $\omega C$  'yi yutuyor ve böylece rezonansa varıyoruz; tüm bu olayları özümsemek zaman ister.

LRC devrelerinde anahtar rol oynayan birçok pratik uygulama var; düşünebileceğinizden çok .

Radyonuz, televizyonunuz, farkında olmadan, rezonansa ayarladığınız sistemlerdir.

Hepsi farklı frekanslarda farklı istasyonlar alan anteniniz var ve frekansı – genelde kapasitörü -- değiştirirsiniz olur biter.

LRC devresinde kapasitörü değiştirdiğinizde, rezonans frekansını değiştirirsiniz. Bu rezonans frekansında sistem çok duyarlıdır, yüksek akımlara çıkar ve o frekanstaki belli istasyonu seçer.

Radyonuzda ve televizyonunuzda yaptığınız şey budur. Değişken bir kapasitörü değiştirirsiniz.

Çok yaygın başka bir uygulama da metal detektörleridir.

Metal detektörleri rezonans devreleridir. Rezonansa ayarlıdır; metali yanına yaklaştırdığınızda, rezonans-dışı olurlar ve alarm çalar.

Genelde iki bobine sahiptirler; bu bir bobin, bu da diğer bobin.

Birinin L1 indüktansı, R1 direnci, C1 kapasitansı, diğerinin ise L2, R2, C2.

Bundan geçen bir I1 akımı vardır, ve bundan geçen I2 akımı.

Bu sistem için diferansiyel denklemleri kurmak çok kolay değildir.

İki farklı diferansiyel denkleminiz olacak; her biri için bir tane.

Sorun – aynı zamanda da hile - şu ki, ikisi arasında bir karşılıklı indüktans söz konusudur; çünkü bu I2 akımını ürettiğinde, diğerinin içinden geçen bir manyetik akı olacaktır.

Bu nedenle buna karşılıklı indüktans diyoruz; aslında 8.02'de hiçbir zaman bunun ayrıntısına inmedik ve inmeyeceğiz de.

Fakat şuna işaret edeyim ki, buradaki bu diferansiyel denklem I1, L1, R1, C1 'leri içeren bir denklemdir; ama ayrıca N kere  $dl_2/dt$  gibi bir terim de içerir.

Ve bu diferansiyel denklem I2, L2, R2, C2 'leri içeren bir denklemdir; ama ayrıca N kere  $dl_1/dt$  terimini de içerir.

Şimdi çiftlenimli iki diferansiyel denklem elde edersiniz.

Sadece I1 içeren bir denklem ve sadece I2 içeren bir diğer denklem değil.

I1 ve I2 içeren bir denklem ve I1 ve I2 içeren bir diğer denklem.



Başa belâ bir şey, çözmesi hiç de kolay değil.

Fakat bunların hepsini biz fizikçiler için çözmüş olan matematikçiler vardır.

Her durumda, açıkça önemli olan şu ki, iki bobine sahip olduğunuzda, iki rezonans frekansı elde edersiniz, bir tane değil, iki rezonans frekansı.

En azından bu rezonans frekanslarından bir tanesi, ortak indüktansa çok kuvvetli bir şekilde bağlıdır.

Böylece sistem bu iki rezonans frekansından birine oturmak üzere ayarlanır.

Bir kişi metali içeriye getirir. Bir metal külçe getirirsiniz.

Bu metal manyetik alandan etkilenir, akı değişir, kuşkusuz dalgalı akım, daima, metalde; bu, girdap akımları oluşturmaya başlar.

Ve böylece bu girdap akımları, bu iki sarım arasındaki manyetik çiftlenimi değiştirir.

Ve M değişir.

M değiştiğinde, rezonans-dışına çıkararsınız. Ve bingo! Alarminız çalar.

Açıktır ki ve ne yazık ki, bu, plastik bombalarda işe yaramaz.

Getirilen madde iletken olmak zorunda, yani metal olmak zorunda.

Bu sistemler oldukça yüksek bir Q'ya sahiptir. Çok yüksek Q 'ya sahip olması, çok duyarlı olması demektir.

Eğer çok yüksek bir Q'ya sahipseniz, eğriniz ciddi bir şekilde daralır. M 'deki en ufak değişiklikte rezonans-dışına çıkararsınız ve alarminız çalar.

Bu detektörler, farklı yapılarda olur ve farklı uygulamalarda kullanılırlar.

Havaalanlarındakiler çok basittirler.

Bu iki bobin arasından yürürsünüz. Fark etmezsiniz bile, ama aralarından yürürsünüz.

Boydan boya yürürsünüz; bir bobin burada, bir bobin orada; üzerinizde metal varsa, işte böyle saptarlar.

Biri -- üstünüzü aramak için kullanılan metal dedektörler, toprakta metal para arayanlar da dahil -- Ben çocukken sık sık Hollanda' da plaja giderdim, orada metal detektörleri olan birçok kişiye rastlardım; onlar metal para ararlardı.

Temelde aynı fikre sahip bu metal detektörlerde daima iki bobin vardır -- bu bir bobin, bu da diğer bobin. Yakına bir metal geldiğinde, rezonans-dışına çıkan bir sisteminiz var; bir fark elde edersiniz -- İki bobin arasında manyetik çiftlenme ve sistem alarma geçer.

Bunu göstermek istiyorum; aaa, bir öğrenciye ihtiyacım var.

Gönüllü olmak isteyen var mı? Burada bir metal detektörüm var ve Tanrıya şükürler olsun MIT de henüz metal detektör içinden geçmemize gerek yok.

Sen gönüllü olmak ister misin?

Cesur çocuk. Bizim için mağazadan ne aşırıdır, görmek için sabırsızlanıyoruz.

A! Çelikten yapılmış gibi görünüyorsun.

Tamam. Umarım gizli silahlarını oraya bırakmışsındır. Bıraktın mı?

Bu bir metal detektördür. Bunu bu şekilde açarsanız merkezde ve kenarlarda iki bobin görürsünüz.

Önce bunu ayarlamak zorundayım. Tamam.

A! Sigara paketini oraya mı bıraktın?

Onu kaydetmez aslında. Buraya ne bıraktın. Merak ediyorum.

Zarar göreceklerinden mi korkuyorsun?

A! Hiçbir şey duymuyoruz.

Bu güzel.

Hayır. Muhtemelen çalışmıyor.

Güzel. 1 saniye. Yeniden ayarlamak durumunda kalabiliriz.

Oldukça sessiz.

Orada metal varmış gibi görünmüyor.

Açtığım dan bayağı eminim.

Her zaman çalışmazlar. Öyle değil mi?

Marcos, bunda herhangi bir hikmet var mı?

-bip- A! A! Çalışıyor.

Hayır çok iyi çalışmıyor.

Burada çok iyi çalışıyor.

Burada neyin olduğunu merak ettim.

Metal misin? Buraya getirilen her şey metalden yapılmamış mı?

A! Sen tuhaf bi insan olabiliyorsun, bu olabilir.



Dönebilir misin?

A! Bu saatin.

Tekrar dönsen iyi olur.

Bunlar anahtarlar.

Çelikten yapılmamışsın iyi adam. Çok teşekkürler.

Bugün Çarşamba, değil mi?

Gelecek derste görüşürüz.