Massachusetts Teknoloji Enstitüsü - Fizik Bölümü

Fizik – 8.02 **Massachusetts Teknoloji Enstitüsü** 1 Nisan 2002.

Hemen hemen bütün üniversite Fizik kitapları yazarlarının indiktör ile devrede Faraday Kanunlarını uygun bir şekilde kullanmakta kafaları karışıktır. Giancoli de istisna değildir. Profesör **John Belcher** (ki o, 8.02'de pek çok kere ders anlattı) rekor derecede doğru hazırlanmış şahane bir Yardımcı Ders Kaynağına sahiptir. O aşağıdakini takip eder. Ben (walter Lewin), Giancoli'ye (Belcher aynı utanç verici hatalar yapan farklı bir kitap kullandı) referanslar ekleyerek ve 15 Mart 2002'nin 8.02 derslerimi referans göstererek onu küçük ölçüde değiştirdim. O, 15 Mart'taki korunumsuz alanlar hakkındaki yardımcı ders kaynağını ilk okuma için yardımcı olabilir.

Öz- indüktans – Kirchhoff'un 2. Kanunu – Faraday kanunu

Basit devrelere zaman değişimli manyetik alanların eklenmesi, bir devre etrafındaki elektrik alanın kapalı çizgi integralinin artık sıfır olmadığı anlamına gelir. Onun yerine herhangi bir açık yüzey için,

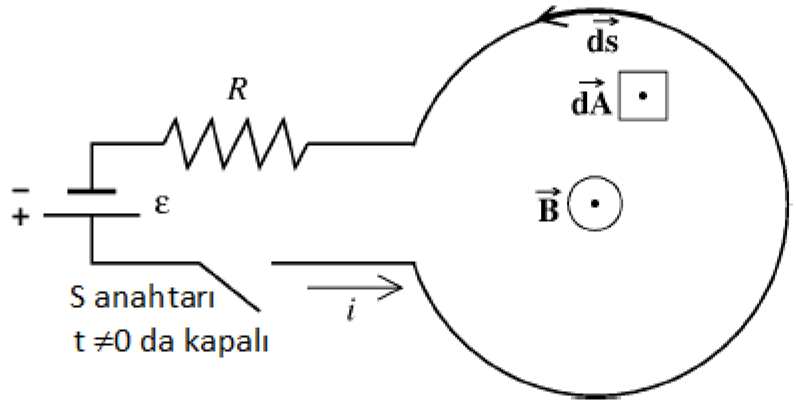
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

sahibiz.

Zamanla akımın değiştiği herhangi bir devre, zamanla değişen manyetik alanlara ve bu yüzden indüklenmiş elektrik alanlarına sahip olacak. Böyle etkileri göz önüne alarak basit devreleri nasıl çözeriz? Burada, devre teorisine zamanla değişen manyetik alanları ortaya çıkarmanın sonucunu anlamak için uygun bir yolu tartışıyoruz – yani, indüktansı.

Zamanla değişen manyetik alanları ortaya çıkarır çıkarmaz, devremizdeki iki nokta arasındaki elektrik potansiyel fark artık iyi tanımlanmıştır, çünkü kapalı bir halkanın etrafındaki elektrik alanın çizgi integrali artık sıfır olmadığı zaman diyelim ki, a ve b arasındaki potansiyel fark artık a noktasından b noktasına varmak için kullanılan yoldan bağımsız değildir. Yani, elektrik alanı artık bir korunumlu alan değildir ve elektrik potansiyeli artık uygun bir kavram değildir ($\vec{E}$ artık skaler potansiyelin negatif gradyantı gibi yazılamaz). Yinede biz hala devrenin davranışlarını belirleyen denklemi dosdoğru bir tarzda yazabiliriz.

Bunu nasıl yapacağımızı göstermek için, aşağıda şekilde gösterilen devreyi göz önüne alın. Bir bataryaya, bir dirence, $t = 0$ da kapalı olan bir S anahtarına ve "bir - halka indüktöre" sahibiz. Biz ilerledikçe bu "indüktansın" sonucunun ne olduğu netleşecek. $t > 0$ için akım gösterildiği yönde akacak (her zaman olduğu gibi bataryanın pozitif ucundan negatif ucuna). $t > 0$ için bizim akımımız i 'nin davranışını yöneten denklem nedir?



Bunu araştırmak için, devremizle bağlı açık yüzeye Faraday kanununu uygulayın, orada sayfanın dışında $d\vec{A}$ ve bu seçime göre sağ kollu $d\vec{s}$ alırız (saatin aksi yönde). Önce, bu devrenin etrafındaki elektrik alanının integrali nedir? İyi, bataryada pozitif uçtan negatif uca yönlendirilmiş bir elektrik alanı var ve seçtiğimiz $d\vec{s}$ yönünde bataryadan geçtiğimizde, bu elektrik alanına karşı hareket ediyoruz, böylece $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ Negatiftir. Böylece integralimize bataryanın katkısı $-\varepsilon$ 'dur. O zaman akım yönünde dirençte bir elektrik alanı vardır, böylece bu yönde dirençten hareket ettiğimiz zaman, $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ Pozitiftir ve integralimize katkısı $+i\,R$'dir. " Bir-halka indüktör"ümüzden hareket ettiğimiz zaman ne olur? Eğer halkayı oluşturan telin direnci sıfır olursa, bu halkada elektrik alanı yoktur (bu sizi rahatsız edebilir – eğer öyleyse gelecek bölüme bakınız). Eğer tel, küçük direnç $r \ll R$ 'ye sahipse, o zaman telde bir elektrik alanı ve bizim zaten sahip olduğumuz iR terimiyle tıpkı bir araya getirdiğim $+ir$ 'nin elektrik alanının integraline bir katkısı olacak (yani, her iki direnci içermesi için biz R'yi yeniden tanımlarız). Böylece tamamen kapalı halkaya gidince,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\varepsilon + iR$$

sahip oluruz.

Şimdi, açık yüzeyimizden geçen manyetik akı ϕ nedir? Her şeyden önce, devrenin batarya, anahtar ve direnci kapsayan kısmı, bizim "tek-halka" indüktörümüzü kapsayan açık yüzey bölümüyle (alanda çok daha büyük) karşılaştırılınca, ϕ'ya sadece küçük bir katkıda bulunsun diye geometriyi tasarlarız. İkinci olarak, biliyoruz ki yüzeyin bu kısmında ϕ pozitiftir, çünkü saatin aksi yönünde akan akım kağıdın dışında bir $\vec{\boldsymbol{B}}$ alanı üretecek ki o, $d\vec{A}$ için var saydığımız aynı yöndür, böylece $\vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{A}$ pozitiftir. $\vec{\boldsymbol{B}}$ 'nin öz manyetik alan olduğunu not edin – bu, herhangi bir dış akım tarafından değil devreden akan akım tarafından üretilen manyetik alandır.

Biot-Savart Kanunundan hesaplandığı için, uzayda her hangi bir noktada, $\vec{\boldsymbol{B}}$ 'nin akım i'ye orantılı olduğunu da biliyoruz. Yani,

$$\overrightarrow{B} = i \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{\mathrm{r}}}{r^3}$$

Bu ifadeye bakarsak, uzayda genel bir noktada devre üzerinde çok karmaşık bir integral ihtiva etmesine rağmen, her yerde $\vec{\boldsymbol{B}}$ 'nin i'ye orantılı olduğu açıktır. Yani akımı iki misli yaparsak, uzayda her noktada $\vec{\boldsymbol{B}}$ de iki misline çıkacak, bütün diğer şeyler aynı olacak. O zaman o, $\vec{\boldsymbol{B}}$ 'nin yüzey integrali olduğu için ve her yerde $\vec{\boldsymbol{B}}$, i'ye orantılı olduğu için bunu, manyetik akının ϕ kendisinin de i'ye orantılı olması gerektiği takip eder.

Yani biz, $\phi = Li$ sahip olmalıyız, burada L devrenin tellerinin verilen düzenlenmesi için **sabittir**. Devrenin geometrisini değiştirirsek (düşünün ki şeklimizde dairenin yarıçapını yarıya indiririz) L'yi değiştireceğiz fakat verilen geometri için, L değişmez. L niceliği devrenin öz indüktansı yada basitçe indüktans diye adlandırılır. Onun tanımından, indüktansın μ_0 çarpı uzunluk ölçülerine sahip olduğunu gösterebiliriz. Aşağıdaki telin tek bir halkası için L'nin bir hesaplamasını verebiliriz.

Fakat önce i'nin zaman değerlendirmesini yöneten denklemi yazalım. Eğer $\phi = Li$ ise, o zaman ϕ'nın değişiminin zaman oranı tam olarak $L\, di/dt$'dir, böylece Faraday Kanunundan,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\varepsilon + iR = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \qquad (1)$$

sahip oluruz.

Denklem (1)'i L ile bölersek ve terimleri yeniden düzenlersek, i'nin davranışlarını belirleyen denklemin $di/dt + (R/L)i = \varepsilon/L$ olduğunu buluruz. Bizim baştaki şartlarımızla verilen bu denklemin çözümü, $i\,(t) = (\varepsilon/R)(1 - e^{-Rt/L})$'dir [Giancoli denklem 30-9, s. 762'ye bakınız]. Karakteristik bir zamanda $\tau L = L/R$ (τL indükleyen zaman sabiti diye adlandırılır), $i\,(t)$ 'nin bu çözümü, t çok büyüdükçe beklentimizi azaltır, ε/R , fakat akımın $t = 0$'da, sıfırdan bu son değere devam eden yükselişini de gösterir. Bu devrede sıfır olmayan bir indüktansa sahip olmanın, yani, zaman değişimli $\vec{B}$ alanından dolayı indüklenmiş elektrik alanını hesaba katmanın etkisidir. Ve bu Lenz Kanunundan ne beklediğimizdir – sistemin reaksiyonu bir şeyleri aynı tutmaya çalışmaktır, bu akımın oluşunu geciktirmektir (veya onun bozulmasını, eğer zaten devreden geçen bir akıma sahipsek).

Kirchhoff'un İkinci "Kanunu" Indüktörleri Yeniledi

Yukarıdaki denklem (1)'den $i(t)$ için şu denklemi yazabiliriz,

$$+\varepsilon - i\,R - L\,\frac{di}{dt} = \Delta V_i = 0 \qquad (2)$$

Burada şimdi biz onu Kirchhoff'un İkinci Kanununun bir versiyonuna "benzeyen" bir şekle soktuk, şöyle ki, devrenin etrafındaki potansiyel düşüşlerin miktarı sıfırdır (hala devrenin etrafında saatin aksi yönünde hareket ediyoruz, fakat denklem (1)'den (2)'ye bütün işaretler değişir çünkü şimdi elektrik "potansiyelde" ki değişiklikleri topluyoruz.)

Bizim metnimiz (Giancoli), "Kirchhoff'un İkinci Kanunu" nu veya halka teoremini koruyarak, bir indüktörün karşısındaki "potansiyel düşme"yi belirleyerek indüktanslı devrelere yaklaşmayı seçer. Doğru denkleme ulaşmak için, Giancoli'nin aşağıdaki gibi indüktörler için ilave "kural" yapması gerekir.

İndüktörler: Eğer bir indüktör akımla aynı yönde döndürülürse, potansiyeldeki yük $-L\,di/dt$ olur. Eğer bir indüktör akıma zıt yönde döndürülürse, potansiyeldeki yük $+L\,di/dt$ olur.

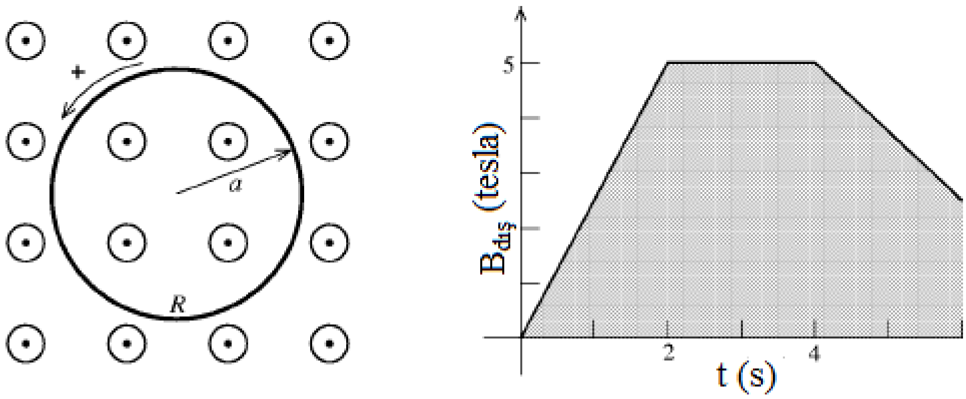
Giancoli bu kuralı asla açıkça ifade etmemesine rağmen,30-4, 30-5 ve 30-6. bölümlerde onun "Halka Teoremi" ni kullanmasından anlaşılır.

Bu formülün kullanımı doğru denklemleri verecektir. Yinede bu ilave kuralla Kirchhoff'un İkinci Kanununun kullanımının devam etmesi olsa olsa **YANLIŞ YÖNLENDİRME'**dir ve aşağıdaki sebeplerde dolayı fizik terimlerinde bir **ÖLÜ YANLIŞ** derecesindedir. Kirchhoff'un İkinci Kanununu, kapalı bir halka etrafında $\vec{E}$'nin integralinin sıfır olması gerçeğine dayanır. Eğer $\vec{E}$'nin kapalı halka integralinin negatif olduğunu anlatmak için bunu alırsak, zamanla değişen manyetik alanlar ile bu artık böyle olmaz ve böylece devre etrafındaki "potansiyel düşmeleri" toplamı artık sıfır olmaz__aslında o, $+L\,di/dt$ 'dir. Pek çok tanıtıcı metin yaptığı için,Giancoli denklemin diğer tarafına $L\,di\,/dt$ terimini getirir, onu $\vec{E}$'nin kapalı halkasının negatifine ekler ve indüktörün karşısındaki bir "potansiyel düşme" ye yükler.

Bu yaklaşım doğru denklemi verir fakat kesinlikle fiziği karıştırır. Özellikle, $-L\,di\,/dt$ indüktörünün karşısındaki "potansiyel düşme"ye sahip olmak, indüktörden geçen $\boldsymbol{\vec{E}}$'nin integralinin büyüklükte $L\,di\,/dt$ 'ye eşit olduğu gibi indüktörde bir elektrik alanı olduğunu da vurgular. **Bu daima veya hatta genellikle doğru değildir,** yukarıdaki örneğimizdeki gibi (yukarıdaki "bir- halka" indüktöründen $\boldsymbol{\vec{E}}$'nin integrali **sıfırdır,** $L\,di\,/dt$ **DEĞİL**).

Yukarıdaki "bir-halka indüktör"ümüzde $\boldsymbol{\vec{E}}$'nin sıfır olması gerçeği sizin kafanızı karıştırabilir ve iyi sebep olabilir. İndüklenmiş elektrik alanları hakkında şimdiye kadar yaptığımız Faraday kanunlarıyla ilgili problem çeşitlerine dayanan bazı sezgiler geliştirdiniz. Zamana dayalı manyetik alanlara sahip olduğumuz geçmişte oldukça sık elektrik alanına sahiptik ki tam orada $d\vec{B}\,/dt$ 'nin sıfır olmadığı gerçekti. Gerçek size Giancoli'nin haklı olduğunu, indüktörde tam orada bir elektrik alanı ve böylece onun karşısında da bir potansiyel düşüş olduğunu düşündürtebilir. Devre boyunca zamanla değişen bir manyetik alan olsa bile, "bir-halka indüktör"ümüzde yukarıda $\vec{E}$'yi sıfır yapmak için devremizde ne değişti? Bu çok ince bir noktadır ve sonsuz şaşkınlık kaynağıdır, böylece ona dikkatlice bakalım.

Bir indüktörde bir elektrik alanı olmasını gerektiren sezgimiz altta şekilde gösterildiği gibi bir problem yapmamıza dayanır. Gösterildiği gibi, zamanla artan ve sayfa düzleminden dışarı yönelmiş bir dış manyetik alana konmuş R toplam dirençli ve a yarıçaplı bir tel halkamız olsun. Bu devreyi göz önüne alınca, yukarıdaki "bir-halka" indüktörümüzde olmadığı gibi, $\vec{B}_{\text{dış}}$'ın bu alandan çok daha büyük olduğunu var sayarak, telin kendisindeki akımlardan dolayı manyetik alanı ihmal ederiz ve sadece dış alanın etkilerini düşünürüz. Burada vardığımız sonuç aynı zamanda öz indüktans durumuna da uygulanabilir.

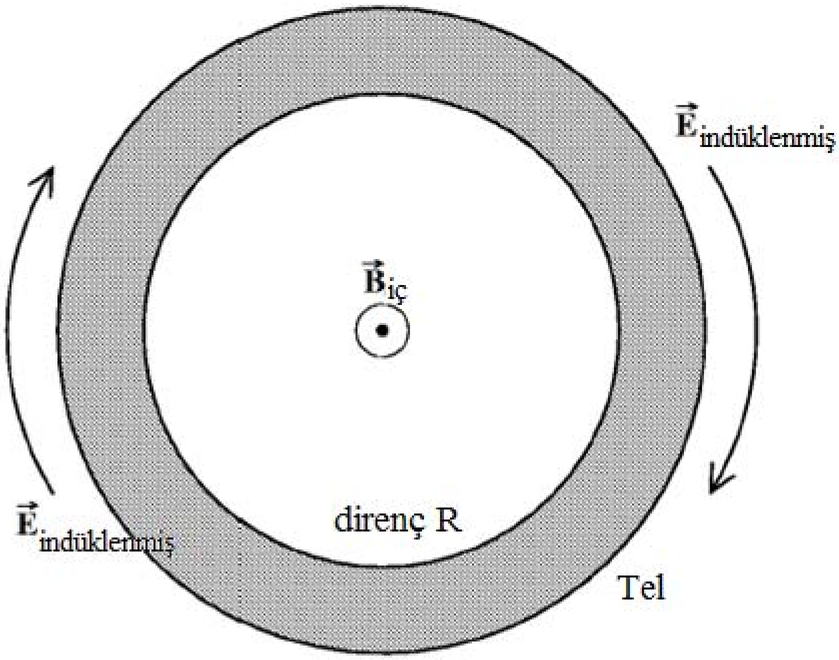


Değişen dış manyetik alan, tel halkadaki indüklenmiş elektrik alanına $-\pi a^2\,(\,d\vec{B}\text{dış}/\text{dt}\,)\,'$ye eşit olan çizgi integraliyle yükselişi verecek. Bu indüklenmiş elektrik alanı azimuthaldır ve halkanın etrafında aynı düzende dağıtılmıştır (şekilde görülüyor). Faraday Kanunundan şunu elde ederiz.

$$2\pi a\vec{E}_{indüklenmiş} = -\pi a^2\,\frac{d\vec{\boldsymbol{B}}_{dış}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{indüklenmiş} = -\,\frac{a}{2}\,\frac{d\vec{\boldsymbol{B}}_{dış}}{dt}$$

Böylece eğer direnç tel halkamız etrafında aynı düzende dağıtılmışsa, halkada düzenli bir $\vec{E}_{indüklenmiş}$ elde ederiz ki o tel halkanın her noktasında aynıdır ve zamanla artan $\vec{\boldsymbol{B}}_{dış}$ için saat yönünde döner. Bu elektrik alanı, $\vec{J} = \vec{E}_{indüklenmiş}\,/r$ ile verilen akım yoğunluklu bir akıma sebep olur (Ohm Kanununun mikroskobik formu). Tel halkadaki toplam akım, direnç R (Ohm Kanununun mikroskobik formu) ile ya da $2\pi a\vec{E}_{indüklenmiş}\,/R$ ile bölünen halka etrafındaki toplam "potansiyel düşüş" olacaktır. Bu akım $\vec{E}_{indüklenmiş}$ gibi aynı durumda saat yönünde dönecektir. Böylece eğer direnç tel halkamızın etrafında aynı düzende dağıtılmışsa, halkada düzenli bir $\vec{E}_{indüklenmiş}$ elde ederiz ki o tel halkanın her noktasında aynıdır ve artan $\vec{\boldsymbol{B}}_{dış}$ için saat yönünde döner.



Fakat eğer direnci halkanın etrafında düzenli bir şekilde dağıtmazsak, elektrik alanına ne olur? Mesela, önceden olduğu gibi aynı toplam direncimiz olsun diye telin dışındaki halkamızın sol yarısını R_1 direnciyle ve telin dışındaki halkamızın sağ yarısını R_2 direnciyle, $R = R_1 + R_2$ ile gösterelim (aşağıdaki şekle bakınız). Bundan başka $R_1 < R_2$ olduğunu varsayalım. 15 Mart, 2002'de derste benim (Walter Lewin) yaptığım gösteriyle olan bazı benzerliklere DİKKAT (ek ders kaynaklarımı okuyun). Tel halka etrafındaki elektrik alanı şimdi nasıl dağıtılır? Her şeyden önce,akım i yukarıdaki gibi aynı olmak zorunda diye, toplam direnç olduğu için devredeki emk yukarıdaki ile aynıdır. Bundan başka, yük korunumuyla halkanın her iki tarafında da aynı olmalıdır. Tel halkanın sol yarısındaki elektrik alanı ($\vec{E}_1$), sağ yarısındakinden ($\vec{E}_2$) şimdi **farklı** olmalıdır.

Böylece sol tarafın üzerinde, sol taraftaki elektrik alanının çizgi integrali olduğu için bu, $\pi a E_2 = iR_2$'dir ve iR_1'e eşit olmalıdır (Ohm Kanunundan). Benzer şekilde, $\pi a E_2 = iR_2$. Böylece $E_1/E_2 = R_1/R_2$'dir ve bu yüzden $R_1 < R_2$ olduğu için $E_1 < E_2$. Ve bu muhakeme yapar. Dirençler farklı olmasına rağmen, her iki tarafta da aynı akımı elde etmeliyiz. Biz bunu daha küçük dirençli taraftaki elektrik alanının ayarlayarak daha küçük olması için yaparız. Çünkü direnç de daha küçüktür, biz aynı akımı bu daha küçük elektrik alanlı zıt taraftaki gibi üretiriz.

Fakat bizim aynı düzendeki elektrik alanımıza ne oldu? İyi, elektrik alanları üretmenin **iki** yolu var __ biri zamanla değişen manyetik alanlardan, diğeri elektrik yüklerinden.

Doğa, tel segmentlerinden ayrılan bağlantıları yükleyerek (yukarıdaki şekle bakınız), tepede pozitif ve dipte negatif, $\vec{E}_2$'ye kıyasla $\vec{E}_1$'deki azalmayı başarır. Toplam elektrik alanı, değişen dış manyetik alanla indüklenmiş elektrik alan ($\vec{E}_{indüklenmiş}$, yukarıda şekilde gösterildiği gibi, hala saat yönünde) ve eklemlerdeki yüklemelere eşlik eden elektrik alanının ($\vec{E}_{yük}$, yukarıda şekilde gösterildiği gibi, pozitif yükten negatif yüke giden, yükler tarafından üretilen alanlar için daima doğru olduğu gibi) toplamıdır. Elektrik alanına bu iki katkının ilavesinin solda toplam elektrik alanını azaltacağı ve sağda artıracağı açıktır. $\vec{E}_1$ alanı daima saat yönünde olacaktır (saat yönünde akan akım oluşturmakta olması gerektiği gibi), fakat $R_1 \ll R_2$ alınarak keyfi olarak küçük yapılabilir. Bununla beraber, biz hala daima tamamen kapalı halka üzerinde $-\pi a^2 \,(d\,\vec{\boldsymbol{B}}_{dış} /dt\,)$ eşit olan $\vec{E}$ nin integraline sahip olacağız, Faraday kanununun kabul ettiği gibi.

Böylece sezgilerimiz bize (doğru bir şekilde) verilen yarıçapta indüklenmiş elektrik alanı düzgün olmalıdır dese bile düzgün olmayan dirençler kullanarak bir indüktörde düzgün olmayan elektrik alanı yapabildiğimizi görürüz. Gerçek şudur ki elektrik alanları oluşturmanın başka bir yolu var, yani yüklerden, doğa bu gerçeği gerektikçe kullanır. Faraday Kanununun bize söylediği şey, bir kapalı halka etrafında $\vec{E}$' nin çizgi integrali, kapalı yüzeyden geçen manyetik akı değişiminin zamana oranlı negatif işaretlisine eşittir. O bize hangi yerleşimde, halka etrafında $\vec{E}$ nin sıfır olmayacağını ve umulmadık bir yerde sıfır olamayacağını (veya sıfır!) söylemez. Burada tamamen düşündüğümüz çeşitli sebepler nedeniyle, sadece direnç ve bataryada oluşan önemli alanlarla, yukarıda “bir-halka indüktör” oluşturan teldeki alan sıfırdı (ya da en azından çok küçüktü).

Son bir nokta. Bir devreye bir indüktörün (çok küçük dirençli) karşı uçlarına bir voltmetrenin proplarını soktuğunuzu var sayın. Ne ölçeceksiniz? Voltmetrede ölçeceğiniz şey $L\,di\,/dt$' lik bir voltaj düşmesidir. Fakat bu, indüktörde bir elektrik alanı olduğundan dolayı değildir! Devreye voltmetre yerleştirmek, indüktörden, voltmetre kurşunlarından ve voltmetredeki büyük dış dirençten oluşan voltmetre devresi boyunca zamanla değişen bir manyetik akı oluşturmasından dolayıdır (15 Mart 2002'nin ders eklentilerine bakınız). Voltmetrenin büyük iç direncinde bir elektrik alanı oluşacağından dolayı voltmetre devresinde bir akım akacaktır ve dolayısıyla voltmetrenin okuduğu değer direnç üzerinde düşen potansiyeldir ve bu potansiyel de Faraday kanununa göre $L\,di\,/dt$ dir. Her zaman olduğu gibi voltmetre size onu kendi iç direnci karşısında potansiyel düşmenin bir ölçümünü verecek fakat bu indüktör karşısındaki potansiyel düşmenin bir ölçümü değildir. O voltmetre devresindeki manyetik akının değişiminin zamana oranının ölçümüdür! Önceden olduğu gibi, eğer o devredeki diğer dirençlere kıyasla çok küçük bir dirence sahipse indüktörde sadece çok küçük bir elektrik alanı vardır.

Eğer bütün bu karışıklıkları bulursanız, iyi arkadaşlarlasınız. Bu, bu kursun en zor ve en ince konularından biridir – uzmanlara her zaman çelme takar. Kolay değildir!