Adam S. Bolton
*bolton@mit.edu*

21 Mayıs 2002

# MIT 8.02, Bahar 2002
# Final Sınavı Çözümleri

## Problem 1

**(a)** Çember üzerindeki belirli bir $+q$ yükünden dolayı $+Q$ üzerindeki kuvvet, tam karşısındaki $+q$ yükünün oluşturduğu kuvvetle tamamen dengelenir. Bu yüzden $+Q$ üzerindeki net kuvvet sıfırdır.

**(b)** 3:00 yükü çıkarılınca, 9:00 yükü şimdi dengelenmemiş olur ve böylece $+Q$ üzerine sağa doğru bir $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}(qQ/R^2)$ kuvveti etkir. (3:00 teki $+q$ yükünü çıkarmak yerine oraya bir $-q$ yükünü yerleştirmenin efektif olarak eşdeğer olduğunu göz önüne alarak da aynı sonucu elde edebiliriz.)

## Problem 2

Şimdi Amper Kanunu'nun bildiğimiz uygulaması,

$$\oint \mathbf{B} \cdot dl = \mu_0 I_{\substack{boşluk \\ yüzeyi}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_{b.y.}}{2\pi r}$$

sonucunu verir.

Kesinlik için, iç silindir akımının sayfa düzleminden içeri ve dış silindir akımının sayfadan dışarı aktığı bir kesit düşünün. Saat yönündeki alana negatif B ve saatin tersi yöndeki manyetik alana pozitif B (sağ el kuralı) karşılık gelmesi için sayfadan dışarı olan akımları pozitif alın.

Bölge (İ) : $I_{b.y.} = 0 \Rightarrow B = 0$

Bölge (ii) : $I_{b.y.} = -I \Rightarrow B = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Bölge (iii) : $I_{b.y.} = 3I - I = 2I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$

(Herkesin kendi işaret seçimi ve sistem yönelimi burada yapılandan farklı olabilir.)

## Problem 3

A ölçü aletinden akım geçmezse, o zaman bir akım (ona $I_1$ diyelim) hem $R_3$ hem de $R_x$'ten akar ve diğer bir akım (ona $I_2$ diyelim ) hem $R_1$ hem de $R_2$'den akar. Kirchhoff'un ilmek kuralının bu dört dirençten geçen basit bir halkaya uygulanması

$I_1(R_3 + R_x) = I_2(R_1 + R_2)$ verir. $R_3$ , $R_1$ ve $A$'dan geçen diğer bir halka alarak $I_1 R_3 = I_2 R_1$ elde ederiz. Birinci denklemi ikinciye bölerek, hem $I_1$ hem de $I_2$ yok edilir ve $R_x = R_3 R_2 / R_1$ olarak çözülmüş olur.

## Problem 4 (*Ev ödevi problem 1.6'ya bakınız.*)

(Bu problemi çözmek için pek çok yol vardır.)

Simetri nedeniyle alan dilim ve levhaya dik yönelmiş olmalıdır. Pozitif E'yi yukarı ve negatif E'yi aşağı doğru alın. Çizgisel süperpozisyon ilkesinden her hangi bir noktadaki elektrik alanı, levha ve dilimden dolayı alanın toplamı olacaktır.

Önce levhayı düşünün. Küçük bir parçayı saran ve tabanları levhadan eşit uzaklıkta olan bildiğimiz "Gaussian hap-kutusu yüzeyine" Gauss yasasını uygularız. Bu, bize levhanın yukarısında $E_{levha} = -\sigma/2\epsilon_0$ ve levhanın aşağısında $E_{levha} = +\sigma/2\epsilon_0$ verir. Bunlar, levhadan olan uzaklıktan bağımsızdır.

İkinci olarak dilimi düşünün. Bir ucu dışarıda ve dilimin üzerinde, diğer ucu dışarıda ve dilimin altında olan bir Gaussian kutu yüzeyine Gauss yasasını uygularız (birinci uçtaki gibi dilimden aynı uzaklıkta). Bu, dilimin üzerinde $E_{dilim} = +\rho D/2\epsilon_0$ ve altında $E_{dilim} = -\rho D/2\epsilon_0$ verir. Bunlar da, dilimden olan uzaklıktan bağımsızdır. Dilimin içinde yük yoğunluğu sabit olduğu için, $E_{dilim}$ "üst" değerden "alt" değere konumla çizgisel olarak değişir.

**(a)** Levhanın üzerinde $h$ kadar uzaklıkta, dilimin de üzerinde oluruz ve toplam elektrik alanı;

$$E = E_{levha} + E_{dilim} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\rho D}{2\epsilon_0} = \frac{(\rho D - \sigma)}{2\epsilon_0}$$

olur.

**(b)** Dilimin üst yüzeyinden $d > D$ kadar aşağıda bir uzaklıkta, $E_{dilim} = \rho(D - 2d)/2\epsilon_0$: bu ifade d ile çizgiseldir ve $d = 0$ olunca $+\rho D/2\epsilon_0$'a ve $d = D$ olunca $-\rho D/2\epsilon_0$'a gider. Ayrıca biz levhanın altındayız. Böylece,

$$E = E_{levha} + E_{dilim} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\rho(D - 2d)}{2\epsilon_0} = \frac{[\sigma + \rho(D - 2d)]}{2\epsilon_0}$$

olur.

**(c)** Dilimin üst yüzeyinden $H$ kadar aşağıda bir uzaklıkta, dilimin dışında ve levhanın da altındayız. Elektrik alanı;

$$E = E_{levha} + E_{dilim} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\rho D}{2\epsilon_0} = \frac{(\sigma - \rho D)}{2\epsilon_0}$$

olur.

**Problem 5**

**(a)** Uzun bir zaman sonra akan akım olmadığı için, direnç ve öz-indüktans önemsizdir. Her iki kapasitörün uçları arasındaki voltaj $V$'dir ve her birinin levhaları arasındaki elektrik alan basitçe $E = V/d$'dir (üst levha pozitif yük taşıdığından aşağıya yönlenmiştir).

**(b)** Batarya hala bağlı olduğu için, her bir kapasitörün uçları arasındaki voltaj hala $V$'dir ve biz hala her birinin levhaları arasında (aşağı doğru) $E = V/d$ alanına sahibiz.

**(c)** Dielektriği sokmadan önce bataryayı çıkardığımızda, her bir kapasitör bir $Q = CV$ yükü taşır, paralel bağlamada toplam yük $2CV$ olur. Dielektriği soktuktan sonra yük, onların uçları arasındaki voltaj yeni bir $V'$ değerinde eşitleninceye kadar sağ ve sol kapasitörler arasında akar. Buna rağmen, ikisini üzerindeki *toplam* yük sabit kalacaktır. Sağdaki kapasitörün kapasitansı değişmez, böylece onun yeni yükü $Q_R = CV$ olur. Soldaki kapasitörün kapasitansı $\kappa$ çarpanı kadar artar. Böylece onun yükü şimdi, $Q_L = \kappa CV'$ olur. Yük korunumu gerektiğinden,

$$Q_R + Q_L = (1 + \kappa)CV' = 2CV \Rightarrow V' = \frac{2V}{(1 + \kappa)}$$

.

yazabiliriz. O zaman her bir kapasitörün levhaları arasındaki elektrik alanı,

$$E = V'/d = \frac{2V}{(1 + \kappa)d} = 2V/3d$$ (aşağıya yönlenmiş).

olur.

**Problem 6**

**(a)** $t = 0$'da bobin $x - y$ düzleminde bulunuyorsa, daha sonraki zamanlarda $x - y$ düzlemi ve bobin arasındaki açı $2\pi ft$ olacaktır. Bobinin sınırladığı düzlem yüzeyden geçen manyetik akı $\Phi_B = nSB\cos(2\pi ft)$ olacaktır. İndüklenmiş EMK

$\varepsilon = -d\Phi_B/dt = 2\pi f n S B \sin(2\pi f t)$ ve indüklenmiş akım $I = \varepsilon/R = (2\pi f n S B \sin(2\pi f t)$ olur. Böylece indüklenmiş akımın maksimum değeri $I_{maks} = 2\pi f n S B/R$ veya $B$ için verilen sayısal değeri kullanarak $I_{maks} = \pi f n S/R$ Amper olur. Bu maksimum, bobin düzlemi $x - y$ düzlemine dik olduğu zaman meydana gelir.

**(b)** Dönmeyi sürdürmek için sağlanan zaman ortalamalı mekanik güç, dirençte harcanan zaman ortalamalı güç $\bar{P}$'ye eşit olmalıdır.

$$\bar{P} = \overline{I^2} R = I^2{}_{maks} R\, \overline{\sin^2(2\pi f t)} = \frac{1}{2} I^2{}_{maks} R = \frac{(\pi f n S)^2}{2R}\ Watt$$

**Problem 7**

(a) Faz $(ky + \omega t)$ biçimindedir, bu yüzden yayılma $-\hat{y}$ yönündedir.

(b) $\vec{E}_0 \times \vec{B}_0$'ın $-\hat{y}$ yönünde olması için $\vec{E}_0$'ın $+\hat{z}$ yönünde, $\vec{B}_0$'ın $-\hat{x}$ yönünde olması gerekir. $|\vec{E}_0|/|\vec{B}_0| = v = c/n$ ortamdaki dalga hızıdır. Böylece,

$$|\vec{B}_0| = \frac{n|\vec{E}_0|}{c} = \frac{(1{,}5)(2)}{3 \times 10^8} = 10^{-8} \Rightarrow \vec{B}_0 = -10^{-8}\,\hat{x}$$

(c)

$$v = \frac{c}{n} = \lambda f = \frac{\lambda \omega}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi c}{n\omega} = \frac{2\pi(3 \times 10^8)}{(1{,}5)(4\pi \times 10^{15})} = 10^{-7} m$$

.

elde edilir.

## Problem 8

**(a)**

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = V_0$$

**(b)** $Q(t) = CV_0\,(1 - e^{-t/\tau})$ verildiği için, Eğer $\tau = RC$ ise,

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = V_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \left(RCV_0/\tau\right)e^{-t/\tau} = V_0$$

elde ederiz.

**(c)** Dirençteki akım,

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \left(CV_0/\tau\right)e^{-t/\tau} = \left(V_0/R\right)e^{-t/\tau}$$

dır.

**(d)**

$$U_C(t_1) = \frac{1}{2}Q(t_1)V_C(t_1) = \frac{Q^2(t_1)}{2C} = \frac{1}{2}CV_0^2\left(1 - e^{-t_1/\tau}\right)^2$$

**(e)** Dirençte zamana bağlı harcanan güç,

$$P(t) = I^2(t)R = \left(V_0^2/R\right)e^{-2t/\tau}$$

dur. $t = 0$ ve $t_1$ arasında dirençten yayılan ısı,

$$W = \int_0^{t_1} P(t)\,dt = \frac{V_0^2}{R}\int_0^{t_1} e^{-2t/\tau}\,dt = \frac{-\tau V_0^2}{2R}\,e^{-2t/\tau}\Big|_0^{t_1} = \frac{1}{2}CV_0^2\left(1 - e^{-2t_1/\tau}\right)$$

olur.

## Problem 9

**(a)** Elektrik kuvveti $q\mathbf{E}$ yukarı yönelmiştir (elektronun negatif yüklü olduğunu hatırlayın) ve $F_E = (1{,}6 \times 10^{-19})(10^5) = 1{,}6 \times 10^{-14}\,N$ büyüklüğündedir. Manyetik kuvvet $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ aşağı yönelmiştir ve $F_B = (1{,}6 \times 10^{-19})(3 \times 10^6)(0{,}1) = 4{,}8 \times 10^{-14}N$ büyüklüğüne sahiptir. $F_B > F_E$, böylece net kuvvet aşağıya yönelmiştir ve $F = F_B - F_E = 3{,}2 \times 10^{-14}\,N$ büyüklüğündedir.

**(b)** Eğer $E = vB$'yi ($v =$elektronun hızı) sağlamak için $E$ ve $B$ alan şiddetlerini ayarlarsak, elektrik ve manyetik kuvvetler eşit büyüklükte olacaklardır. İki kuvvet zıt yönlü olduğu için birbirlerini dengeleyecekler ve elektron kapasitör boyunca sapmadan geçebilecektir. (Bir örnek olarak eğer $B$'yi sabit tutarak $E$'yi $3 \times 10^5\ V/m$'ye çıkarırsak, her iki kuvvet $4{,}8 \times 10^{-14}\ N$ büyüklüğüne sahip olacaktır.

## Problem 10

**(a)** Poynting akısı: $S = 10^3\ W/m^2$. Alan: $A = 10^{-4}\ m^2$. Zaman aralığı: $\Delta t = 30\ s$.

$\text{Soğurulan enerji} = S\ A\ \Delta t = (10^3)(10^{-4})(30) = 3\ J$.

**(b)** Işınım basıncı: tam soğurulma durumunda $P = S/c$'dir. Yüzeydeki kuvvet:

$$F = PA = S\ A/c = \frac{(10^3)(10^{-4})}{(3 \times 10^8)} \simeq 3{,}3 \times 10^{-10}\ N$$

**(c)** %100 yansıma $\Longrightarrow$ **hiç** enerji soğurulmaz.

## Problem 11

**(a)** $\omega = 0$ kararlı hal durumunda, bütün akımlar zamanla sabit olur. Öz-indüktans, kapasitörü kısa devre ve $I_C = 0$ yaparak (kapasitörü dirençle değiştirsek bile bu kolda hiç akım olmayacaktır) sıfır dirençli bir tel gibi davranır. Böylece efektif olarak sıfır dirençli bir tel ile seri bağlı bir $R$ direncine sahip oluruz ve $I_L = I_R = V_0/R$. (Burada gereksiz olsa bile kapasitörün reaktansı $(1/\omega C)$ sonsuz büyüklüktedir.)

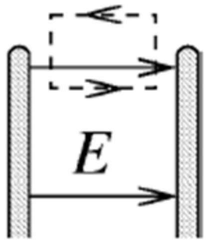
**(b)** $\omega$ sonsuz büyüklükte olduğunda, öz indüktörün reaktansı $(\omega L)$ sonsuz büyükte olur ve böylece $I_L = 0$ olur. Kapasitörün reaktansı $(1/\omega C)$ sıfıra gider. Biz efektif olarak sıfır reaktanslı bir kapasitörle seri bağlı bir $R$ direncine sahibiz ve pik akım değerimiz basitçe $I_C = I_R = V_0/R$'dir.

**(c)** $\omega$'yı sıfırdan farklı bir değere artırdıkça, $I_R$'nin maksimum değerininin (a) şıkkında bulduğumuz $V_0/R$ değerinden azalmasını bekleriz. Kapasitör ve öz indüktörün paralel kombinasyonunun etkin empedansı $\omega = 0$ için sıfırdı. $\omega \neq 0$ için, özindüktör artık sıfır Ohmluk bir tel gibi davranmayacağı için ve kapasitörün reaktansı da $(1/\omega C)$ sıfır olmayacağından, o sadece artabilir (eğer isterseniz, bu beklentiyi tam bir hesaplamayla doğrulayabilirsiniz).

**(d)** Frekans $\omega = 1/\sqrt{LC}$'dir. (Başka ne olabilirdi?) Bu, sadece *LC* alt devresinin doğal titreşim frekansıdır. *LC* alt devresinde hiç enerji aktarmayan bir titreşim akımına sahip olacağız. Direncin uçları arasında asla herhangi bir voltaj olmasın diye kapasitörün uçları arasındaki voltaj, her zaman güç kaynağı voltajı tarafından tam olarak karşılanacaktır. Bunun için $I_R = 0$'dır. (Bunun hiç biri çok sezgisel değildir.)

**Problem 12** (*Ev ödevi problem 5.7 ve Sınav 2, problem 4'e bakınız.*)

Sıfıra ani bir düşüşü varsayınca, levhalar arasında bir $E$ alanı olduğu için şekilde gösterilen kesikli yol etrafında integrasyon $\oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{l} \neq 0$ verir. Bu statik bir durum olduğu için, halkamızla sınırlanmış açık yüzeyden geçen manyetik akının değişim hızı için $d\Phi_B/\mathrm{dt} = 0$ yazabiliriz ve böylece Faraday Kanunu $\oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$ olduğunu gösterir. Bunu için $E$- alanı kapasitörün dışında aniden sıfıra *düşmez.*




**Problem 13**

**(a)** $V_{sol}$ gibi aynı iç dirence sahip olduğundan $V_{sağ}$ $-0{,}1$ Volt okuyacak, fakat devredeki akıma göre uçları zıt ayarlanmıştır.

**(b)** Eğer $V_{sol}$ $+0{,}1$ okursa, o zaman akım pozitif uçtan girmek zorundadır. Böylece akım saatin aksi yönünde akar. Ohm kanunu'ndan,

$$I = V_{sol}/V_{sağ} = (0{,}1)/(10^4) = 10^{-5} Amper$$

İndüklenmiş EMK'da saatin aksi yönündedir ve

$$\varepsilon = I\left(R + R_{sol} + R_{sağ}\right) = (10^{-5})(2{,}5 \times 10^4) = 0{,}25\ Volt$$
ile verilir.

## Problem 14

**(a) DOĞRU:** Havada ilerleyen ışık için (kırılma indisi $\cong$ 1), Brewster (veya polarizasyon) açısı $\tan\theta_p = n$ ile verilir. Burada $n$ camın kırılma indisidir. $n$ dalga boyunun fonksiyonudur, böylece $\theta_p$ kırmızı ışık için mavi ışıktakinden biraz daha farklı olacaktır.

**(b) YANLIŞ:** Yaklaşan yıldızların spektrumları, *daha kısa* dalgaboylarına doğru Doppler-kaymış çizgiler gösterir. *Ders #35, Giancoli 37-12.*

**(c) DOĞRU:** Mavi ikincil gökkuşağının dışındadır ve yağmur damlalarının içindeki iki yansımadan dolayı ışık yüksek derecede polarize olur. *Ders #31.*

**(d) YANLIŞ:** Su birikintilerinden yansımış parıltı kısmen yatay yönde polarizedir, bu yüzden camın polarizasyonu onu bastırmak için düşey olmalıdır. *Ders #31, Ev ödevi problem 10.1c*

**(e) DOĞRU:** İlginç bir üreteç (ders #23'de tartışıldığı gibi),daha bildik üreteç gibi aynı prensiplere dayanır (*ayrıca sınav # 2'nin 7. problemine bakınız*).

**(f) DOĞRU:** İki halkadaki özdeş akımlar, özdeş manyetik akılara sebep olacak, özdeş manyetik alanlar üretecektir. Öz indüktans basitçe bu akının akıma oranıdır. Bu yüzden o, farklı kompozisyonlarına bakmaksızın iki halka içinde aynı olacaktır.

**(g) DOĞRU:** Havada iki paralel-levhalı kapasitörü düşünün: küçük olanın levha alan $A$ ve levhalar arası uzaklığı $d$ ve büyük olanın levha alanı $2A$ ve levhalar arası uzaklığı $2d$ olsun. Her ikisi de aynı $C = \epsilon_0 A/d$ kapasitansına sahiptir. Bununla beraber her ikisi de aynı $V$ potansiyel farkı ile yüklenirse, daha büyük kapasitörün levhaları arasındaki elektrik alanı $E_2 = V/2d$ olurken daha küçük kapasitörün levhaları arasındaki elektrik alanı $E_1 = V/d$ olacaktır. Böylece daha büyük kapasitör, hava için bozulmuş $E$'ye ulaşmadan önce, iki katı kadar yüksek potansiyel farkına yüklenebilir ve daha çok enerji tutabilir $(CV^2/2)$. Eğer dielektrik sabiti $\kappa$ her ikisi için aynı ise, aynı düşünce geçerli olur. Bu nedenle, diğerinden boyut olarak önemli ölçüde büyük olan kapasitörün daha yüksek bir potansiyel için yüklenebileceği oldukça olasıdır. *Ders # 8'de, bunu bazı detayları ile tartıştık. Her biri 100* $\mu F$ *ve biri* $10^4\ cm^3$ *diğeri 1*$cm^3$ *hacimli iki kapasitörü karşılaştırdım. Birincinin potansiyel* $4000\ Volt$ *ve ikincinin ise* $40\ Volt$ *hesaplanmıştı.*

**(h) YANLIŞ:**, Spektrum, plastiğin kırılma indisinin dalgaboyuna bağımlılığı ile değil, bir girişim deseni oluşturmak için paralel yarıklar gibi davranan plastikteki çizgiler arasındaki boşluklarla meydana getirilecektir.

**(i) DOĞRU:** HUT (Hubble Uzay Teleskopu), geniş yer-tabanlı teleskopların çözünürlüğünü sınırlayan atmosferik bulanıklığa bağlı değildir. Onun sınırlayıcı açısal çözünürlüğü $\theta = (1{,}22)\lambda/D$ ($D$ = açıklık çapı) ışığın dalga boyu $\lambda$ kısaldıkça, gelişir (giderek küçülür). *Ders # 34; ayrıca Problem 11,6'ya bakınız.*

**(j) DOĞRU:** Bireysel kuantum parçacıkları (fotonlar gibi) bile girişim olayları gösterirler.

**(k) DOĞRU:** *Ders # 31.*

**(l) DOĞRU:** Sesin havadaki hızı gerçekten ısıya bağlıdır. Müzik sesleri onların $f = v/\lambda$ frekanslarıyla tanımlanır ve bu, $\lambda$ dalga boyu sabit kalır fakat ses hızı $v$

değişirse, değişecektir. ($\lambda$'nın nasıl sabit kaldığına bir örnek olarak, en düşük sesin dalgaboyunun, flütün uzunluğunun iki katı olduğunu hatırlayınız.) *Ders # 26*.

**(m) DOĞRU:** Buz kristalleri prizma gibi davranır. *Ders # 31.*

**(n) YANLIŞ:** Bir parçacığın üzerine etkiyen *herhangi* bir dengelenmemiş kuvvet bir ivmeye sebep olur ($\mathbf{F} = m\boldsymbol{a}$). Kuvvet parçacığın hızına dik ise (manyetik kuvvetlerdeki gibi), o zaman ivme hız yönünde bir değişime sebep olur.

**(o) YANLIŞ:** Bir indüklenmiş EMK'yı, akının kendi değeri değil daha ziyade akının zamana göre türevi verir. $\Phi_B$ her hangi bir anda sıfır olabilir ve $d\Phi_B/dt$ hala sıfır olamayabilir.

---

**KESİNLİKLE SON**