Adam S. Bolton
bolton@mit.edu

6 Mayıs 2002

MIT 8.02, Bahar 2002
Sınav # 3 Çözümler

Problem 1

Dalga denkleminin biçimi $x(z,t) = x_0 \sin[\,k\,(z - vt\,)]$ olacaktır. x_0 ve v verilmektedir. k, $\lambda = v/f = (100)/(400) = \frac{1}{4}\,m$ ve $k = 2\pi/\lambda = 8\,\pi\,m^{-1}$ den elde edilir. O zaman arzu edilen denklem,

$$x(z,t) = (0{,}005)\sin[8\,\pi\,(z - 100\,t)]$$

olur. x ve z metre ve t saniye cinsindendir.

Problem 2

(a) $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(\frac{\pi}{2}) = 4m$ dalgaboyudur. Ortamdaki dalganın hızı $v = w/k = (10^6\pi)/(\frac{\pi}{2}) = 2 \times 10^8\ m/s$'dir ve böylece kırılma indisi $n = c/v = (3 \times 10^8)/(2 \times 10^8) = 1{,}5$'tir.

(b) $y = 0{,}5\ m$'de $\cos(\frac{\pi}{2}y) = \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$'dir. $\sin(10^8\pi t)$'nin maksimum değeri 1'dir. Bu bir düzlem dalga olduğu için, belirli x ve z değerleri soruda gereksizdir. İlgilenilen maksimum E değeri, böylece $E_{maks} = \frac{3}{\sqrt{2}}\ V/m$'dir.

Problem 3

(a) Rezonansta, reaktans $X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$, böylece empedans $Z = R$ ve faz açısı ϕ, $\tan\phi = X/R = 0 \Rightarrow \phi = 0$'la verilir. Güç kaynağı tarafından üretilen zaman ortalamalı güç o zaman,

$$\bar{P} = \overline{VI} = \frac{V_0^2}{2Z}\cos\phi = \frac{V_0^2}{2R}\cos(0) = \frac{(10)^2}{2\,(5)}(1) = 10\,W$$

olur.

(b) $\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right) = 5\Omega = R$ olan empedans şimdi $Z = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$'dir. $X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = -5\Omega$ yazabiliriz; böylece, $\tan\phi = X/R = -1 \Rightarrow \phi = -45^{o}$'dir. Şimdi üretilen zaman ortalamalı güç,

$$\bar{P} = \overline{VI} = \frac{V_0^2}{2Z}\cos\phi = \frac{V_0^2}{2\sqrt{2}R}\cos(-45^o) = \frac{(10)^2}{2\sqrt{2}(5)}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5W$$

olur. $\cos(-45^0) = \cos(45^0)$ olduğuna dikkat ediniz.

(**Not:** Enerji korunumu, bunun güç kaynağı tarafından sağlanan zaman ortalamalı güce eşit olacağını dikte ettiği için, bu problem dirençte harcanan ortalama gücü (I^2R) hesaplayarak da çözülebilir.)

Problem 4 (*Ev ödevi problem 7.5'e bakınız.*)

Manyetik alan çizgileri kapalı halkalardan oluşacaktır; böylece manyetik alanın şiddeti hava boşluğunda çubuk içindeki ile yaklaşık aynı olacaktır. Bu alanın şiddetinin kabaca sabit olduğunu ele alırsak,

$$\oint \frac{1}{\kappa_M}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\substack{boşluk \\ yüzeyi}} \quad \Rightarrow \quad B\left(\frac{L}{\kappa_M} + d\right) \approx \mu_0 N I$$

elde ederiz. Burada $L = 80$ cm, $d = 4$ mm, $N = 1000$ ve $I = 2A$'dir. B için çözüm,

$$B \approx \frac{\mu_0 N I}{L/\kappa_M + d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(1000)(2)}{(0{,}8)/(200) + 0{,}004} = \frac{\pi}{10}T \simeq 0{,}314\,T$$

verir.

Problem 5

(a) DOĞRU: Kırılma indisi suda havadakinden daha büyüktür, bu yüzden v ışık hızı suda havadakinden daha yavaştır. Frekans değişmeyeceği için dalgaboyu $\lambda = v/f$ böylece $v \downarrow \Rightarrow \lambda \downarrow$.

(b) DOĞRU: Bir duran EM dalga için Poynting vektörü bir anda sıfır olmayabilir, fakat bir tam periyot üzerinden ortalaması sıfır olacaktır. Duran dalgalar uzay boyunca enerji taşımazlar. (Ev ödevi problem 9.4'e bakınız.)

(c) DOĞRU: $-\hat{x}$ yönünde yayılan, E_y ve E_z'nin maksimumları birbirleriyle aynı fazda olan bir elektromanyetik dalga $\Rightarrow$ çizgisel polarizasyon (ödev problem 9,5' bakınız.)

(d) DOĞRU: Gelme açısı $\theta_1 > \theta_c$ olduğu zaman içten tam yansıma meydana gelecektir. Burada θ_c, kırılma açısının $\theta_2 = 90^0$ olduğu duruma karşılık gelen gelme açısıdır. Snell Kanunundan, $\sin\theta_c = n_2/n_1$ buluruz. Böylece θ_c hem n_1 hem de n_2'ye bağlıdır (fakat θ_c'nin, sadece $n_1 > n_2$ ise var olacağına dikkat edilmelidir).

SON