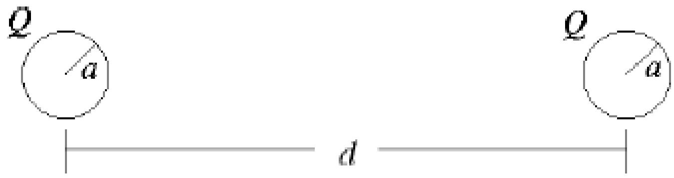
Adam S. Bolton
bolton@mit.edu

15 Şubat 2002

MIT 8.02, Bahar 2002
Ödev # 1 Çözümler

Problem 1.1

Kütleçekim ve Elektrostatik kuvvetlerin bağıl şiddetleri.



Toz parçacıkları 50 µm çapında ve böylece yarıçapları $a = 25\mu m = 2{,}5 \times 10^{-5} m$ dir. Yoğunlukları $\rho = 2{,}5\ g/cm^3 = 2{,}5 \times 10^3\ kg/cm^3$ ve yük $Q = -ne$ ‘dir (e elektron yükünün büyüklüğü). O zaman herbir parçacığın kütlesi,

$$m = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \cong 1{,}6 \times 10^{-10}\ kg.$$

olur. Kütleçekim kuvveti

$$F_G = \frac{Gm^2}{d^2}$$

dir. Elektrostatik itme ise

$$F_C = \frac{n^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

dir. $F_C = F_G$ ise, yani,

$$n = \sqrt{4\pi\epsilon_0 G}\,\frac{m}{e} \cong 0{,}09 < 1\,.$$

ise, net kuvvet olmayacaktır.

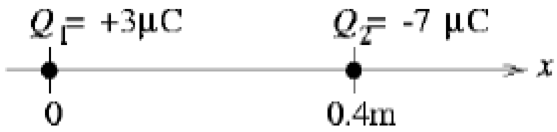
Böylece her bir toz parçacığı üzerinde sadece fazladan bir elektron bile parçacıkların çarpışmasını önleyecektir.

Karşılaştırma için, her toz parçacık $m/m_p = (1{,}6 \times 10^{-10})/(1{,}67 \times 10^{-27}) \approx 10^{17}$, nükleon (proton+nötron) içerir. Bir nötral toz parçacığı için, her bir proton için bir elektrona, veya proton sayısı = nötron sayısı ise, her iki nükleon için bir elektrona sahip oluruz. Böylece elektronların toplam sayısı $\cong 5 \times 10^{16}$ olur.

Problem 1.2

İki noktasal yükten geçen çizgi boyunca elektrik alanı.

(*Not: Bu çözümlerde, metinde olduğu gibi, vektör nicelikleri daima,* **E** *elektrik alanında olduğu gibi, koyu harflerle göstereceğiz. Derslerde ve muhtemelen kendi el yazılarınızda vektörler yaygın olarak üzerine vektör işareti koyarak yazılır:* $\vec{E}$ *)*



(a) Önce Q_1'in tek başına meydana getirdiği elektrik alanını hesaplayalım. Noktasal yük için elektrik alanı ifadesinden,

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{r^2}\hat{r}$$

yazılabilir. x-ekseni üzerinde x konumunda bulunuyorsak $\mathbf{r} = x\,\hat{x}$, $r = \sqrt{x^2} = |x|$ ve $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}| = (x/|x|)\hat{x}$ ve,

$$\mathbf{E}_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{|x|^2}\frac{x}{|x|}\hat{x}$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{|x|^3}\hat{x}$$

olur. Yük $x = 0$'a yerleştirildiğinden beklediğimiz gibi $\mathbf{E_1}$'in $x > 0$ için $\hat{x}$ yönünde ve $x < 0$ için $-\hat{x}$ yönünde olduğuna dikkat edilmelidir. Benzer şekilde

$$\mathbf{E}_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{x - 0{,}4}{|x - 0{,}4|^3}\hat{x}$$

olur. (değişkenler her zaman, başka türlü istenmedikçe, SI birimlerinde ölçülür). Bizim $x = 0{,}4\ m$'nin sağında veya solunda olmamıza bağlı olarak $\mathbf{E_2}$ **yönünü** değiştirir. Toplam $\mathbf{E}$ alanı $\mathbf{E_1}$ve $\mathbf{E_2}$'nin toplamıdır:

$$\mathbf{E} = \frac{10^{-6}}{4\pi\epsilon_0}\left[3\frac{x}{|x|^3} - 7\frac{x - 0{,}4}{|x - 0{,}4|^3}\right]\hat{x}$$

Bu ifade $-\infty < x < \infty$ için iyidir; ancak bunun dışındaki noktalar için aşağıdaki gibi yazmak gerekir.

$$\mathbf{E} = \frac{10^{-6}}{4\pi\epsilon_0}\begin{cases} (-3/x^2 + 7/(x-0{,}4)^2)\hat{x} & -\infty < x < 0 \\ (+3/x^2 + 7/(x-0{,}4)^2)\hat{x} & 0 < x < 0.4 \\ (+3/x^2 - 7/(x-0{,}4)^2)\hat{x} & 0{,}4 < x < \infty \end{cases}$$

İki yükten biri diğerinin üzerinden geçerken işareti değişir ve bu değişimden dolayı alan işaret değiştirir.

(b) $x < 0$ için

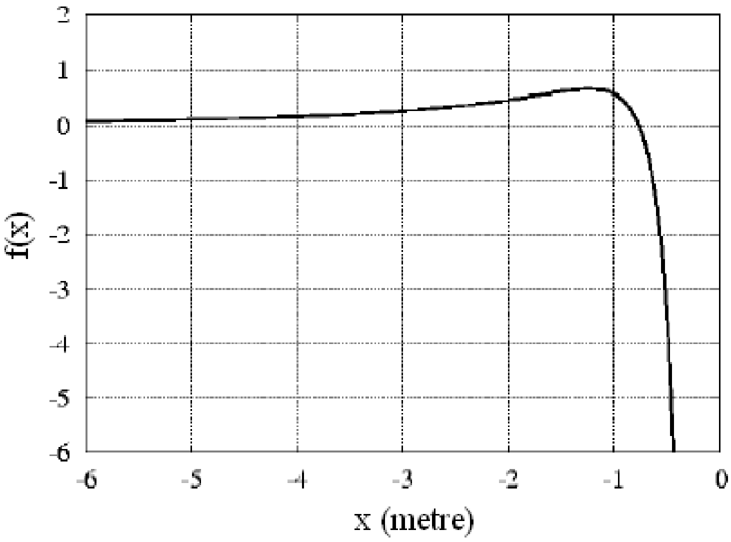
$$\mathbf{E}(x) = \hat{x}\frac{10^{-6}}{4\pi\epsilon_0}f(x),$$

dir. Burada

$$f(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{7}{(x-0{,}4)^2}$$

dir.

(sağdaki grafiğe bakınız).



Bu fonksiyon $x = -0{,}758$ m'de bir sıfır noktasına ve $x = -1{,}225\ m$'de $0{,}652\ m^{-2}$'lik değerle bir maksimuma sahiptir. $x = 0$ 'a doğru gittiğimizde $f(x)$ asimptotik olarak $+4/x2$'ye yaklaşır. Bu basitçe,yeterince uzakta (x| >> 0,4) alanın, $Q_1+Q_2= 4\ \mu C$'luk bir noktasal yükün alanına benzediği anlamına gelir.

(c) $x = -0{,}758\ m$ 'nin dışında $\mathbf{E}(x)$'in sıfır olduğu başka bir nokta yoktur. Yukarıda $\mathbf{E}(x)$ için bulduğumuz ifadeye baktığımızda, $0< x< 0{,}4$ aralığında sıfır olmayacağı açıkça görülmektedir (iki pozitif terimin toplamı asla sıfır olmaz). $0{,}4< x< \infty$ aralığında bir sıfır noktası elde edebileceğinizi düşünebilirsiniz, ama bu aralıkta negatif yük (pozitif yükten daha büyüktür) daha yakındır ve bu yüzden elektrik alan her zaman $-\hat{x}$ yönündedir. $0{,}4< x< \infty$ aralığında $\mathbf{E}(x)$ ifadesinin sıfırları için çözüm sıfır verecektir. Bu, bu aralığın dışındadır ve bu nedenle fiziksel bir anlamı yoktur.

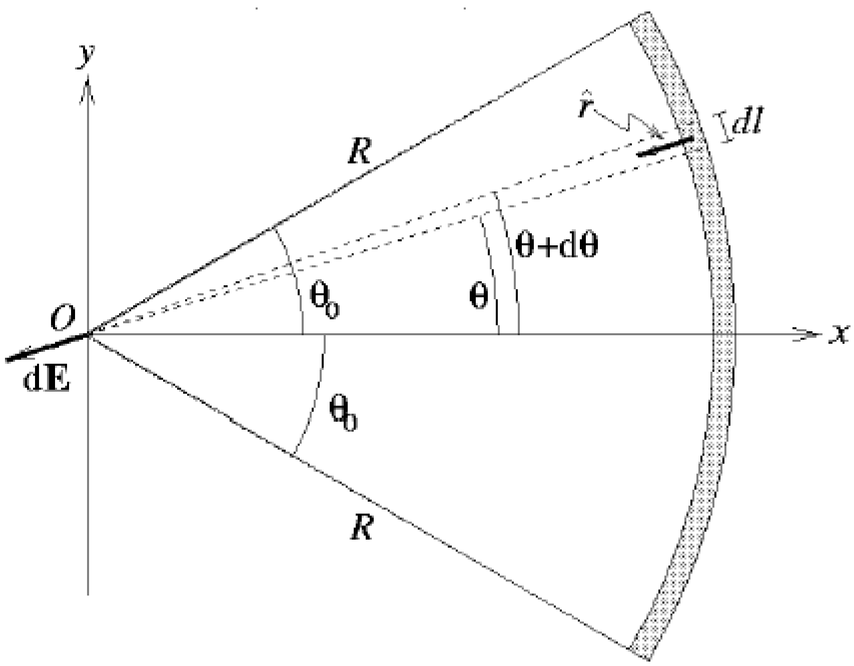
Problem 1.3

Sürekli yük dağılımı (Giancoli 21-49).

Şimdi ilk olarak, şekilde gösterildiği gibi konumlanmış dl uzunluğunda yay parçasının *O* noktasında oluşturduğu alanı buluruz. Bu küçük eleman $dq = \lambda dl$ yükü taşır. dl bir $d\theta$ açısı yapıyorsa (şekle bakınız), o zaman $dl = Rd\theta$ yazabiliriz. Şimdi,

$$d\mathbf{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}\hat{r}\,,$$

olur. Burada $\hat{r}$ küçük dl elemanından *O* noktasına yönelmiş birim vektördür. Küçük yay parçası şekilde gösterildiği gibi bir θ açısal konumuna yerleşmişse, o zaman $\hat{r} = -\hat{x}\cos\theta - \hat{y}\sin\theta$ yazabiliriz.



Böylece,

$$d\mathbf{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}[-\hat{x}cos\,\theta d\theta - \hat{y}sin\,\theta\,d\theta]$$

olur. Toplam $\mathbf{E}$ alanını elde etmek için $d\mathbf{E}$'yi $\theta = -\theta_0$'dan $\theta = +\theta_0$'a integre ederiz.

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} cos\theta\,d\theta = sin\theta|_{-\theta_0}^{\theta_0} = 2\sin\theta_0\,;$$

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} sin\theta\ d\theta = -cos\theta|_{-\theta_0}^{\theta_0} = 0$$

Böylece,

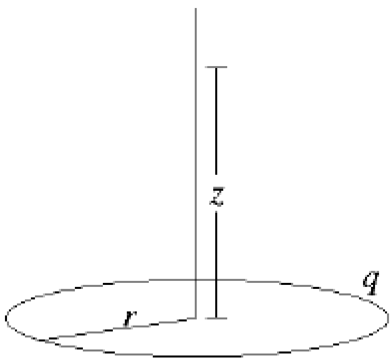
$$\mathbf{E} = -\,\hat{x}\frac{\lambda sin\theta_0}{2\pi\epsilon_0 R}\ .$$

olur.

(Açıkgöz bir problem çözücü, daha baştan, sistemin simetrisine dayanarak *O*'da $\mathbf{E}$'nin herhangi bir y-bileşenine sahip olmasının uygun olmayacağını kestirebilirdi ve sadece E_x'i hesaplama zahmetine girecekti.)

Problem 1.4

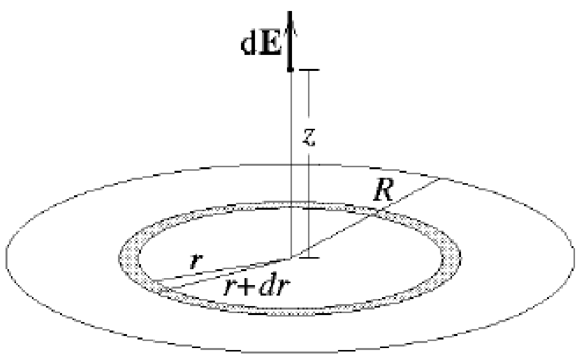
Düzgün yüklü bir diskin E-alanı.



Bu problem q yükü taşıyan r yarıçaplı bir halkanın ekseni üzerindeki elektrik alanı ile ilgili ifadeyi gerektirir (Giancoli Örnek 21-9):

$$\mathbf{E}_{halka} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qz}{(z^2+r^2)^{3/2}}\ \hat{z}$$

Elimizdeki problem bir disktir, bir halka değildir. Fakat diski birçok halkaya bölebiliriz ve yukarıda $\mathbf{E}_{halka}$ için elde ettiğimiz ifadeyi kullanarak her birinin oluşturduğu alanı toplarız. Şekilde gölgeli bölgenin alanı $2\pi r dr$'dir ve böylece gölgeli bölgenin yükü $\sigma(2\pi r dr) = (Q/\pi R^2)(2\pi r dr)$ dir. Yukarıdaki ifademizi kullanarak, taralı bölgenin oluşturduğu $d\boldsymbol{E}$ elektrik alanını aşağıdaki gibi buluruz:



$$dE = \hat{z}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq\,z}{(z^2+r^2)^{3/2}} = \hat{z}\frac{Qz}{2\pi\epsilon_0 R^2}\frac{r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

(a)

$$\mathbf{E} = \int d\,\mathbf{E} = \hat{z}\frac{Q_z}{2\pi\epsilon_0 R^2}\int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}} = \hat{z}\frac{Q_z}{2\pi\epsilon_0 R^2}\left[\frac{-1}{(z^2+r^2)^{1/2}}\right]\Bigg|_0^R$$

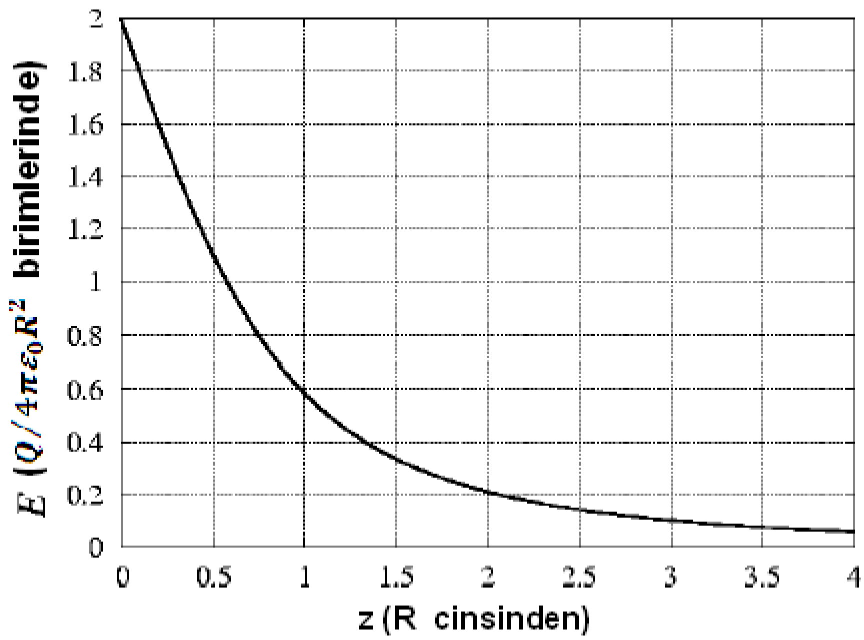
$$E(z) = \hat{z}\frac{Qz}{2\pi\epsilon_0 R^2}\left[\frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

dır. (yukarıdaki integral, $s = \sqrt{z^2+r^2}$ değişken değiştirmesi yapılarak kolayca alınabilir. Bu sayede $rdr = sds$ olur. Bu bize basit $\int s^{-2}\,ds$ integralini bırakır.)

(b) $z > 0$ için bunu

$$\frac{\mathbf{E}(z)}{(Q/4\pi\epsilon_0 R^2)} = \hat{z}\,(2)\left[1 - \frac{z/R}{\sqrt{1+(z/R)^2}}\right].$$

şeklinde yazabiliriz. Bu ifadeyi aşağıda gösterilen çizim için kullanırız.



(c) Taylor serisi açılımını kullanarak küçük ve büyük z'ler için eğrinin şeklini anlayabiliriz. Giancoli Ek A-3,

$$f(u) = f(a) + \frac{df}{du}\bigg|_a (u-a) + \ldots$$

Bu formülü kullanarak $(1+u)^n$' i $u=0$ civarında seriye açalım. İlkönce,

$$\frac{d}{du}(1+u)^n = n\,(1+u)^{n-1},$$

dir.

$$(1+u)^n = (1+u)^n|_{u=o} + n(1+u)^{n-1}|_{u=o}\;(u-0) + \ldots$$

$$= 1 + nu + \cdots$$

dır. Bu, Giancoli Ek A-2 deki binom açılımıdır. Bu $u \ll 1$ için iyi bir yaklaşıklıktır. (i) durumu için, $z^2 \ll R^2$,

$$\mathbf{E}(z) = \hat{z}\,\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2}\left[1 - \frac{z/R}{\sqrt{1+(z/R)^2}}\right]$$

Fakat üstteki denklemden

$$(1+(z/R)^2)^{-1/2} \simeq 1 - (1/2)\,(z/R)^2$$

olduğundan,

$$\mathbf{E}(z) \simeq \hat{z}\,\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2}\left[1 - (z/R)\left(1 - (1/2)\,(z/R)^2\right)\right]$$

$$\mathbf{E}(z) \simeq \hat{z}\,\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2}, \qquad z^2 \ll R^2$$

olur (sadece parantez dışındaki terim kalır).
İkinci terimi tutsaydık, yukarıdaki çizimimizi muhafaza ederek, $z=0$ civarında -2'lik bir başlangıç eğimine sahip olurduk. (ii) durumu için $z^2 \gg R^2$,

$$\mathbf{E}(z) = \hat{z}\,\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2}\left[\left[1 - \frac{1}{\sqrt{(R/z)^2+1}}\right]\right]$$

olur. Fakat $(R/z)^2 \ll 1$ için $(1+(R/z)^2)^{-1/2} \simeq 1-(1/2)(R/z)^2$ olduğundan,

$$\mathbf{E}(z) \simeq \hat{z}\,\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2}\left[1 - \left(1-(1/2)(R/z)^2\right)\right]$$

$$\mathbf{E}(z) \simeq \hat{z}\,\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{1}{z^2}, \quad z^2 \gg R^2\,.$$

çıkar.

(d) Açıkça yukarıdaki durum (ii) ifadesi, bir noktasal Q yükü için Coulomb Yasası gibi görünüyor.

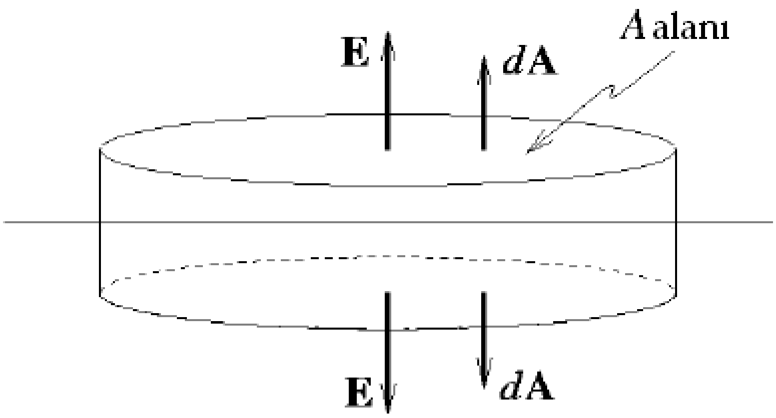
(e) Diske çok yaklaşırsak $(z \ll R)$ o, σ yüzey yük yoğunluklu sonsuz bir levha gibi görünür. Sonsuz bir düzlemin meydana getirdiği alan aşağı yukarı bir düzlemin alanı ile aynı büyüklükte fakat zıt yöndedir (aşağıdaki şekle bakınız). Aşağıda gösterilen silindir şeklindeki yüzeye (hap kutusu) Gauss yasasını uygularsak,

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{A} = Q_{\text{iç}/\epsilon_0}$$

$$EA + EA = \sigma A/\epsilon_0 \Rightarrow E = \sigma/2\epsilon_0 \,,$$

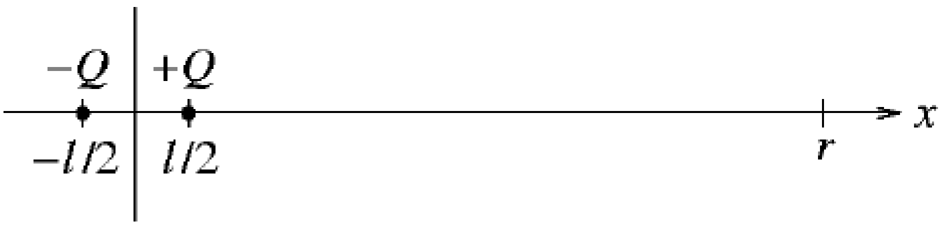
elde ederiz. (Biz, gönülsüz olarak, Giancoli ile uyuşsun diye, kolay ama oldukça soyut bir $d\boldsymbol{A}$ gösterimini benimsiyoruz. Sezgisel bir notasyon olan $\mathrm{n}\ \mathrm{d}S$'yi tercih etmek isterdik).

$\sigma = Q/\pi R^2$, olduğundan, bu ifade yukarıda c (i) durumundakinin tamamen aynısıdır.



Problem 1.5

Elektrik Dipol (Giancoli 21- 65.)



Şekilde gösterildiği gibi, pozitif yük $(+Q)$ $x = l/2$ de ve negatif yük $(-Q)$ $x = -l/2$'de x –ekseni üzerinde yerleştirilmiş olsun. Bir noktasal yükün elektrik alanı ifadesinden x ekseninde $x = r$ (> 0) de pozitif yükün elektrik alanı,

$$\boldsymbol{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(+Q)}{(r-l/2)^2}\hat{x}$$

ve negatif yükten dolayı elektrik alanı,

$$\boldsymbol{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(-Q)}{(r+l/2)^2}\hat{x}$$

olur. Toplam elektrik alanı,

$$\mathbf{E} = \boldsymbol{E}_+ + \boldsymbol{E}_- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\left[\frac{1}{(1-l/2r)^2} - \frac{1}{(1+l/2r)^2}\right]\hat{x}\,.$$

olur.
$l/2r \ll 1$ olduğundan, köşeli parantez içerisindeki iki terimi iyi bir yaklaşıklıkla (önceki problemde olduğu gibi) binom serisine açabiliriz ve geriye sadece birinci mertebeden $l/2r$ terimi kalır:

$$(1 \pm l/2r)^{-2} \simeq 1 \mp l/r \quad (l/2r \ll 1\ i\c{c}in)\ .$$

Bu bize,

$$\mathbf{E} \simeq \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\left[(1+\ l/r) - (1-\ l/r)\right]\hat{x} = \frac{2Ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}\hat{x} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}\hat{x}\ .$$

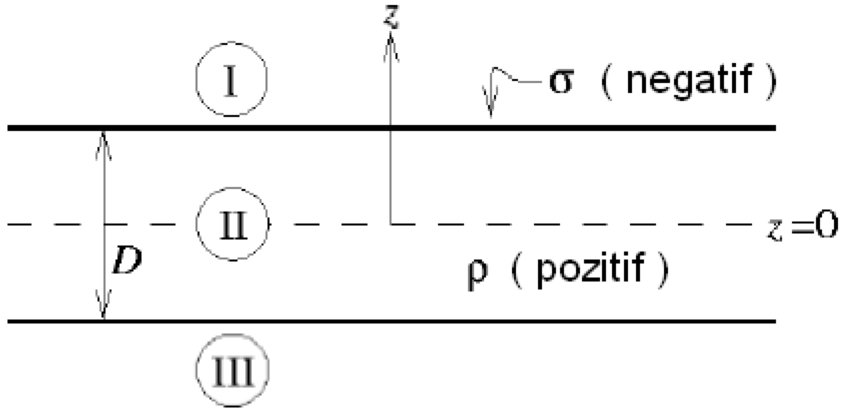
verir.

Büyüklük, problemin ifadesinden kontrol edilir. Pozitif yük negatif yükten daha yakın olduğundan, beklediğimiz gibi, $\mathbf{E}$ pozitif x-yönündedir. Her bir yük ayrı ayrı iken $\mathbf{E}$-alanı $1/r^2$ile orantılı olmasına rağmen, net $\mathbf{E}$-alanının, $1/r^3$ile orantılı olduğuna dikkat edilmelidir.

Problem 1.6

Gauss yasası ve Üstüste gelme İlkesi

Levhanın ortasında $z = 0$ olacak şekilde z-eksenini dilim ve levhaya dik seçelim.



Gösterilen üç bölge nin herbirinde $\mathbf{E}$ için farklı ifadeler bulacağız:

Bölge I : $z > D/2$

Bölge II: $-D/2 < z < D/2$

Bölge III: $z < -D/2$

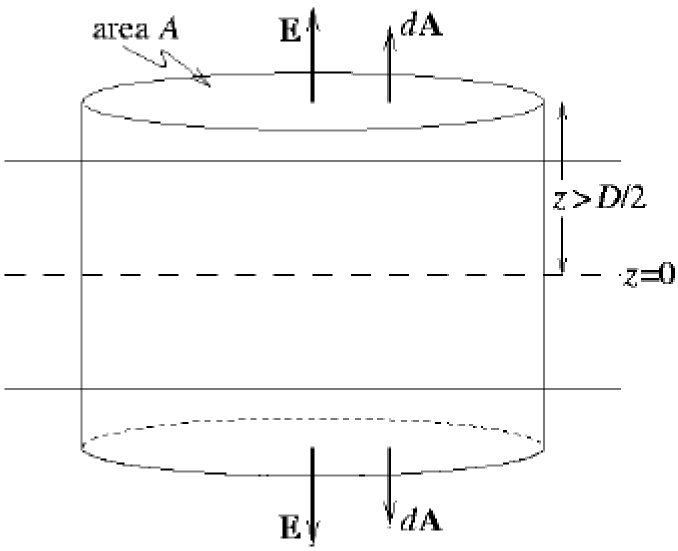
Bu probleme yaklaşım için en iyi yol, süperpozisyon ilkesi ve simetri düşüncesini kullanmaktır. Yani, tek başına yüklü levhanın $\mathbf{E}_{levha}$ elektrik alanını hesaplamak sonra tek başına dilimin elektrik alanını $\mathbf{E}_{dilim}$ hesaplamak ve daha sonra bu sonuçları vektörel olarak toplamaktır. Yukarıdan,

Bölge I: $\mathbf{E}_{levha} = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}$ (z'den bağımsız)

Bölge II ve III: $\mathbf{E}_{levha} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

yazabiliriz.

$\mathbf{E}_{dilim}$ nedir? Aşağıdaki Gaussian kutuyu göz önüne alın: üstü $z = 0$ ın üstünde $z > D/2$ mesafededir ve altı $z = 0$'ın altında *aynı uzaklıktadır*. Simetriden kutunun veya silindirin üstündeki elektrik alan altındaki elektrik alanla tamamen aynı büyüklükte fakat zıt yönlüdür. Kutunun kuşattığı Q yükü ρDA dır, böylece

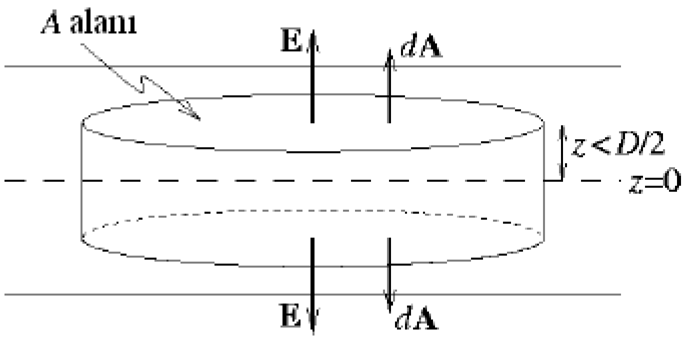


$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\,\boldsymbol{A} = Q_{iç/\epsilon_0}$$

yazılabilir.

$2EA = \rho DA/\varepsilon_0$ olur. Veya $E = \rho D/2\varepsilon_0$ (z'den bağımsız).

Bu bize dilimin dışındaki alanı verir. dilimin içindeki alan nedir? Öncekine benzer şekilde bir silindirik kutu düşünün, $z < D/2$ hariç. İçeride kalan yük şimdi $\rho(2z)A$ olması için kutunun toplam yüksekliği $2z$'dir ve



$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\,\boldsymbol{A} = Q_{iç/\epsilon_0} \Rightarrow 2EA = 2z\rho A/\epsilon_0$$

olur.

Dikkat edilirse biz tekrar dikkatli bir şekilde $z = 0$ dan *aynı uzaklıkta* taban ve tavana sahip bir silindirik kutu seçerek simetri düşüncesini kullandık. Böylece dilim içinde $E = \rho z/\varepsilon_0$ dır. Olması gerektiği gibi, bu, z'ye bağlıdır!

O zaman dilim için,

$$\text{Bölge I:} \qquad \mathbf{E}_{dilim} = +\frac{\rho D}{2\varepsilon_0}\hat{z}$$

Bölge II: $\mathbf{E}_{dilim} = +\dfrac{\rho z}{\varepsilon_0}\hat{z}$

Bölge III: $\mathbf{E}_{dilim} = -\dfrac{\rho D}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

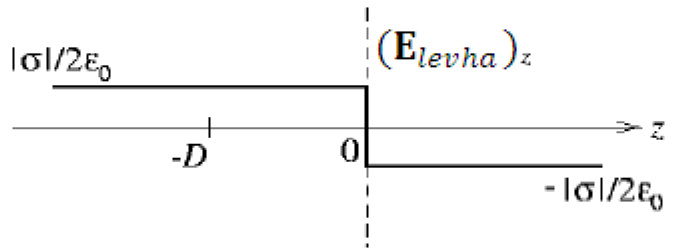
Özetlersek,

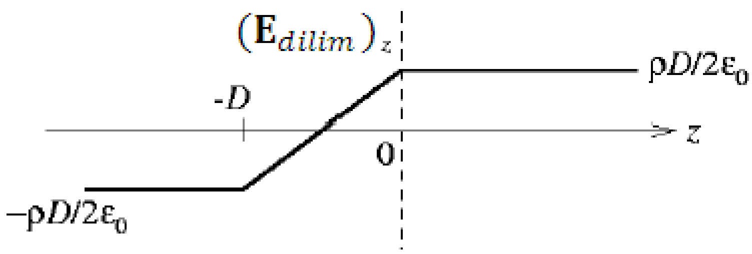
(a) Bölge I $(z > D/2)$: $\mathbf{E} = \dfrac{(\rho D + \sigma)}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

(c) Bölge II$(-D/2 < z < D/2)$: $\mathbf{E} = \left[\dfrac{\rho z)}{\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right]\hat{z}$

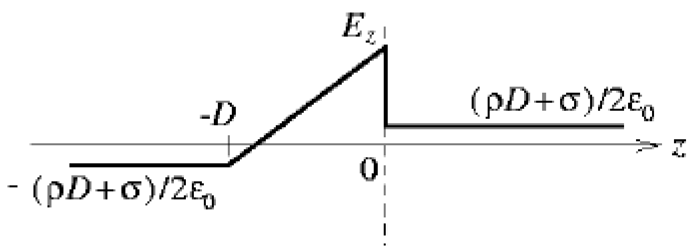
(b) Bölge III$(z < -D/2)$: $\mathbf{E} = -\dfrac{(\rho D + \sigma)}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

(d) yazabiliriz. $\mathbf{E}_{levha}$ve $\mathbf{E}_{dilim}$'i ayrı ayrı çizmek öğreticidir ($\sigma < 0$ olduğunu hatırlayınız).





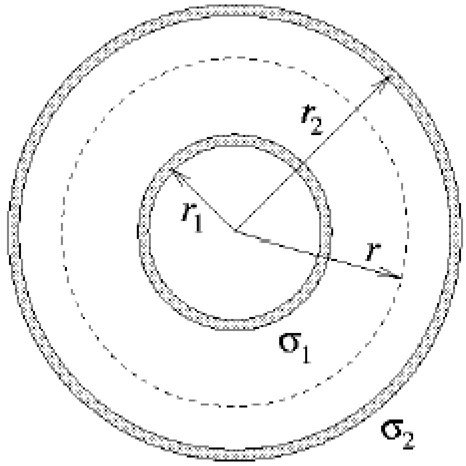
Beraber aşağıdaki şekilde görünürler ($\rho D > |\sigma|$ varsayılırsa):



Problem 1.7

İki küresel yüklü kabuk (Giancoli 22- 21).

Sistemin simetrisinden elektrik alanının tamamen yarıçap boyunca olacağını ve sadece r'nin fonksiyonu olacağını tartışabiliriz. Gauss yüzeyi olarak, elektrik alanını elde etmek istediğimiz bölgede r yarıçaplı ve yüklü kabukla eş merkezli bir küresel kabuk alırız. Gauss yasasından,



$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = Q_{iç}/\epsilon_0$$

$$\Rightarrow 4\pi r^2 E = Q_{iç}/\epsilon_0 \, .$$

elde edilir.

(a) $r < r_1$ olduğu bölgede $Q_{iç} = 0$ olduğundan $\mathbf{E} = 0$'dır.

(b) $r_1 < r < r_2$ olduğu bölgede $Q_{iç} = 4\pi r_1^2 \sigma_1$ olur ve böylece

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \hat{r}$$

olur.

(c) $r > r_2$ olduğu bölgede $Q_{iç} = 4\pi(r_1^2\sigma_1 + r_2^2\sigma_2)$ olur. Bu

$$\mathbf{E} = \frac{(r_1^2\sigma_1 + r_2^2\sigma_2)}{\epsilon_0 r^2}\hat{r}$$

verir.

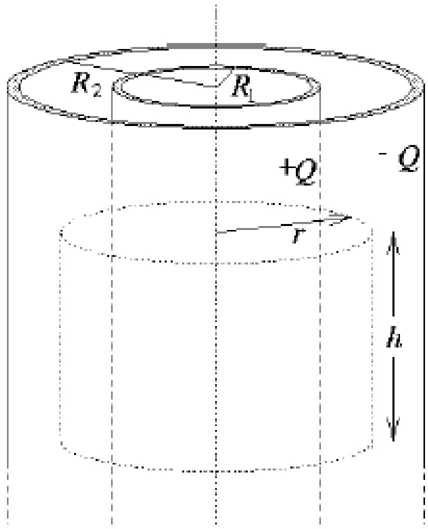
(d) $r > r_2$ için $r_1^2\sigma_1 = -r_2^2\sigma_2$ ise elktrik alanımız $\mathbf{E} = 0$'dır. Bu miktarlar, iki kabuk üzerinde eşit ve zıt yüklere olması içindir.

(e) $r_1 < r < r_2$ için $\mathbf{E} = 0$ olması sadece σ_2'nin değerine bakmaksızın $\sigma_1 = 0$ ise mümkündür.

Problem 1.8

İki eş-merkezli yüklü silindir (Giancoli 22- 29).

$L \gg R_1, R_2$ için iyi bir yaklaşımla sonsuz uzunluklu olarak sistemi modelleyebiliriz. Bu durumda sistemin simetrisinden elektrik alanının radyal ve dışa doğru, silindir eksenine dik, ve sadece eksenden *r* dik uzaklığın fonksiyonu olacağı sonucuna varırız. Gauss yasasını uygulamak için, $h \ll L$ uzunluklu, elektrik alanını bulmak istediğimiz bölgede *r* yarıçaplı ve yüklü kabukla eş-merkezli bir silindirik yüzey göz önüne alırız (sağdaki şekle bakınız). $\mathbf{E}$ (yaklaşık olarak) alt ve üst tabana diktir; bu yüzden akıya katkı sadece Gussian silindirin yan yüzeyinden gelir.



Gauss yasasından,

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q_{iç}/\epsilon_0 \implies 2\pi r h E = Q_{iç}/\epsilon_0 .$$

elde edilir.

(a) $r < R_1$ için $Q_{iç} = 0$ dır ve bu bölgede $\mathbf{E} = 0$ olduğu sonucuna varırız.

(b) $R_1 < r < R_2$ için $Q_{iç} = +Qh/L$ dir ve Gauss yasası bu bölge için bize

$$\mathbf{E}(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L r}\hat{r}$$

sonucunu verir (Bu ve bundan önceki problem arasındaki $\hat{r}$ farkının anlamına dikkat ediniz: o burada silindir ekseninden dikey uzaklık yönünü göstermek için kullanılmaktadır).

(c) $r > R_2$ için $Q_{iç} = (+Q - Q)h/L = 0$ dır. Bu $\mathbf{E} = 0$ verir.

(d) Elektron içe doğru,

$$F = eE = \frac{eQ}{\pi\epsilon_0 L(R_1 + R_2)} \ .$$

büyüklüğünde bir elektrostatik kuvvet etkisinde kalacaktır. Bu kuvvet dairesel yörüngenin devam edebilmesi için

$$F = m_e a_c = \frac{m_e v^2}{(R_1 + R_2)/2} \ .$$

büyüklüğünde bir merkezcil kuvvet sağlayacaktır. F'nin bu iki denklemini eşitleyerek ve kinetik enerjinin $(KE) = mv^2/2$ ile verildiğini hatırlayarak

$$(KE)_e = \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 L} \ .$$

elde edebiliriz.

END