

MIT Açık Ders Malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.333 İstatistiksel Mekanik I: Parçacıkların İstatistiksel Mekaniği

2007 Güz

Bu materyallerden alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için <http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

VII.G Süperakışkan He⁴

Helyum izotopları, kuantum akışkanları için ilginç örnekler teşkil eder. He'nin iki elektronu zıt spinlerle 1s orbitalinde bulunur. Dolu orbital, bu soygazı özellikle atıl yapar. İki He atomu arasında halen bir van der Waals çekimi mevcuttur, fakat atomlar arası potansiyel yaklaşık 3Å bir mesafede, 9°K 'lik derinlikte sıg bir minimuma sahiptir. Bu etkileşmenin zayıflığı, He'u güçlü bir *ıslatıcı* yapar. He atomları pratik olarak tüm diğer moleküllere karşı daha güçlü bir çekime sahip oldukları için, her türlü maddenin yüzeyine kolayca yayılırlar. Hafif kütesine bağlı olarak, He atomu, $T = 0$ sıcaklıkta, büyük sıfır noktası dalgalanmaları yaşar. Bu dalgalanmalar katı bir fazı *eritmek* için yeterlidir, ve bu nedenle He sıradan basınçlarda sıvı durumda kalır. He atomlarının $T = 0$ durumunda katı fazla sonuçlanmasına yetecek şekilde konumlanması için 25 atmosferin üzerindeki basınçlar gerekir. Sıfır sıcaklıkta bir kuantum sıvısının göze çarpan özelliklerinden biri klasik karşıtıdan farklı olarak sıfır entropiye sahip olmasıdır.

Daha hafif olan He³ izotopu, üç nükleona sahiptir ve fermi istatistiğine uyar. Sıvı faz, kısım VII.E'de tartışılmış olan fermi gazı tipi ile iyi bir biçimde açıklanmıştır. Buna karşın, daha ağır olan He⁴ izotopu, bir bozondur. Helyum, bir buharlaştırma işlemi ile soğutulabilir: Sonlu bir buhar yoğunluğundaki gaz fazı ile dengede olacak şekilde sıvı helyum, izole edilmiş bir kapa konur. Helyum gazı dışarı pompalandıkça, sıvının bir kısmı onun yerini almak için buharlaşır. Bu buharlaşmaya, sıvıyı soğutan latent ısının açığa çıkması eşlik eder. Kaynayan sıvı, tıpkı kaynayan bir kap su gibi, oldukça aktif ve türbulanttır. Ancak, sıvı 2.2°K altına kadar soğutulduğunda aniden durgun hale gelir ve türbulans kaybolur. Bu faz geçişinin iki tarafındaki sıvılara genellikle HeI ve HeII denir.

HeII, alışılmadık hidrodinamik özelliklere sahiptir. En ince kanallarda hiçbir direnç göstermeden akar. HeII'yi bir kaptan bir diğerine toz ile doldurulmuş küçük bir tüp vasıtasıyla iten bir deney düşünün. Sıradan akışkanlar için, akışı sağlamak için, viskozitesi ile doğru orantılı olarak, kaplar arasında sonlu basınç farkı gerekir. HeII, sıfır basınç farkı limitinde bile akar ve sıfır viskoziteye sahipmiş gibi davranır. Bu nedenle, *süperakışkan* olarak anılır. Süperakışa, HeII'in boşaldığı kabın ısınması ve aktığı kabın soğuması eşlik eder; bu *mekano-kalorik* etkidir. Diğer taraftan, HeII, sıcak bölgelerden uzağa akarak sıcaklık farkını ortadan kaldıracak şekilde hareket

eder. Bu, süperakışkanın, ısıtılan bir kaptan kendiliğinden bir tüp boyunca yukarı çıktığı *fiskiye etkisinin* temelini oluşturur.

Diğer bazı durumlarda, HeII, viskoz bir akışkan gibi davranır. Bir sıvının viskozitesini ölçmek için klasik yöntemlerden biri, burmalı salıncak aracılığıyla yapılan ölçümdür: Birbirine çok yakın diskler bir şafta bağlanarak sıvıya batırılır ve salıncakları sağlanır. Salınım periyodu, eylemsizlik momenti ile orantılıdır; bu da salıncak tarafından sürüklenen akışkan miktarına bağlı olarak değişir. Bu deney, Andronikashvilli tarafından HeII üzerinde yapılmış, ve gerçekten de sonlu bir viskoz sürüklenmesi bulunmuştur. Ayrıca, salıncacın frekansında sıcaklıkla meydana gelen değişimler, osilatör tarafından sürüklenen akışkan miktarının geçiş sıcaklığı altında düşmeye başladığının gösterir. Ölçülen *normal yoğunluk*, $T \rightarrow 0$ limitinde, yaklaşık T^4 biçiminde sıfıra gider.

1938'de, Fritz London, iyi bir başlangıç hipotezi olarak süperakışkan duruma geçişin Bose Einstein yoğuşmasıyla bağlantılı olduğunu öne sürmüştür. Bu hipotez, bir takım gözlemlerin açıklayabilir:

(1) Parçacık başına $v = 46.2\text{Å}^3$ hacimli bir ideal bose gazının kritik sıcaklığı, (VII.55) denkleminde şu şekilde elde edilir;

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi m_{\text{He}} k_B} (v \zeta_{3/2})^{-2/3} \approx 3.14^\circ K. \quad (\text{VII.68})$$

Gerçek geçiş sıcaklığı olan $T_c \approx 2.18^\circ K$, bu değerden uzak değildir.

(2) Atomik olarak benzer olan fakat bir fermiyon olan He^3 benzer bir geçişe sahip olmadığı için, geçişin kaynağının kuantum istatistiğine bağlanması gerekir (Aslında He^3 , bir süperakışkan haline gelebilir, fakat bu ancak bir kaç $m^\circ K$ değerindeki sıcaklıklarda gerçekleşir. Bu, He^3 atomlarının istatistiğini değiştirecek şekilde eşlenmesinden sonra olur.)

(3) Bir bose yoğuşuğu HeII'in gözlenen termo-mekanik özelliklerini açıklayabilir. Denklem (VII.56)'da basınç için kullanılan ifade, yoğunluk değil sadece sıcaklığın bir fonksiyonudur. Bu aynı zamanda HeII'deki kaynama etkinliğinin eksikliği için de bir neden teşkil eder. Kaynayan bir sıvıda, baloncuklar yerel sıcak noktalarda kabarır ve büyür. Sıradan bir akışkanda, sıcaklıktaki değişimler, sadece yavaş bir ısı *difüzyonu* süreci ile dengeye gelir. Bunun aksine, eğer yerel basınç sadece bir sıcaklığın bir fonksiyonu ise, bir sıcak noktada basınç artışı olacaktır. Akışkan, basınç

değişimlerine tepki olarak akar ve bu değişimleri çok hızlı biçimde kaldırır (ortamın ses hızında).

(4) HeII'in hidrodinamik davranışı, $T < T_c$ için iki bileşenin birlikteliğini öne süren Tisza'nın *iki akışkan modeli* ile açıklanabilir. Bu iki bileşen şöyledir:

(a) Sonlu bir s_n entropi yoğunluğuna sahip \vec{v}_n hızı ile hareket eden, ρ_n yoğunluğunda, *normal* bir bileşen.

(b) Viskozitesiz ve vortisitesiz ($\nabla \times \vec{u}_s = 0$) akan ve $s_s = 0$ şeklinde sıfır entropiye sahip, ρ_s yoğunluğunda *süperakışkan* bir bileşen.

Süper-sızıntı deneylerinde entropiyi ve dolayısıyla sıcaklığı azaltarak akan süperakışkan bileşendir. Andronikashilli deneyinde, normal bileşen burulma salıncağına yapışarak onunla birlikte sürüklenir. Bu nedenle bu deney ρ_n 'nin ρ_s 'ye oranını verir.

Ancak, süperakışkan helyum ile ideal bose yoğuşuğu arasında birçok fark bulunur:

(1) Sıvı durumda etkileşemeler kesinlikle çok önemli rol oynar. Bose Einstein yoğuşuğu sonsuz sıkışabilirliğe sahipken, HeII, atomik hacme bağlı olarak sonlu bir yoğunluğa sahiptir ve özünde sıkıştırılmaz yapıdadır.

(2) $T = 0$ durumunda bile ideal bose yoğuşuğunun tam akışkan olmadığı gösterilebilir. Bunun nedeni, düşük enerji spektrumu $\mathcal{E}(\vec{k}) = \hbar^2 k^2 / 2m$ çok fazla uyarılmaya izin verir. Böylesi bir akışkanın içinde hareket eden her türlü harici kitle bu modları uyararak kolayca enerji kaybedebilir ve sonlu viskoziteye neden olur.

(3) Isı sığası ve süperakışkan yoğunluğunun detaylı fonksiyonel formları ideal bose yoğuşuğundaki karşılıklarından çok farklıdır. Ölçülen ısı sığası, λ' 'ye benzer karakteristik bir şekil ile geçişte ıraksar ve düşük sıcaklıklarda T^3 gibi (ideal bose gazı için geçerli olan $T^{3/2}$ 'ye kıyasla) sıfıra gider. Andronikashvilli deneyinde elde edilen süperakışkan yoğunluğu geçişte $(T_c - T)^{2/3}$ şeklinde sıfıra giderken, normal bileşen, $T \rightarrow 0$ limitinde yaklaşık T^4 biçiminde (denklem (VII.53)'teki yoğuşuk yoğunluğu için geçerli olan $T^{3/2}$ 'e kıyasla) sıfıra gider. T_c yakınındaki tekil davranışın doğasını anlamak bu tartışmanın amacı dışındadır. Fakat, sıfır sıcaklık yakınındaki davranış düşük enerji uyarımları ile ilgili farklı bir spektrum ortaya koyar.

Deneyssel olarak ölçülmüş ısı sığasının şekline dayanarak, Landau düşük enerji spektrumunun fononlarınkine benzer olduğunu öne sürmüştür. Bu parçacıklar arasındaki etkileşmenin bir sonucudur. Klasik bir sıvının düşük sıcaklık uyarılmaları

boylamsal ses dalgalarıdır. (Buna kıyasla, bir katı; ikisi enine biri boyuna olmak üzere buna benzer üç uyarılma gösterir). Karşılıklılık ilkesi, bir kuantum sıvısında bu gibi modların kuantumlaşmış versiyonlarının da bulunması gerektiğini öne sürer. Fononlarda olduğu gibi, doğrusal bir uyarı spektrumu, T^3 şeklinde sıfıra giden ısı sığasına yol açar. Ses dalgalarının hızı, $v \approx 240m_s^{-1}$ şeklinde T^3 bağımlılığının katsayısından hesaplanabilir. Isı sığasında daha ileri düzeyde bir anomali, uyarılan spektrumunun azaldığını ve $k_0 \approx 2\text{\AA}^{-1}$ dalgasayısı aralığında minimum bir değere sahip olduğunu varsayarak açıklanabilir. Bu minimum değer aralığındaki uyarılmalara rotonlar adı verilir ve $\Delta \approx 8.6^0K$ ve $\mu \approx 0.16m_{He}$ değerleri ile,

$$\mathcal{E}_{\text{roton}}(\vec{k}) = \Delta + \frac{\hbar^2}{2\mu}(k - k_0)^2, \quad (\text{VII.69})$$

şeklinde bir enerjiye sahiptirler. Landau tarafından öne sürülen spektrum, 1950'lerdeki nötron saçılımı ölçümleri ile doğrudan onaylanmıştır.