8.333 İstatistiksel Mekanik I: Parçacıkların İstatistiksel Mekaniği

2007 Güz

Değerlendirme Problemleri

İkinci sınıf içi sınav **24/10/07** Çarşamba günü, **14:30 – 16:00** arası yapılacaktır. **22/10/07** Pazartesi günü sınav değerlendirmesiyle uygulama saati olacaktır.

Sınav kapalı kitaptır, ama isterseniz tek sayfa formül kağıdı getirebilirsiniz. Sınav tamamen aşağıdaki problemlerin bir altkümesinden oluşacaktır. Dolayısıyla, bu problemlerle tanışık ve rahatsanız, sürprizlere yer olmayacaktır!

****

Aşağıdaki bilgileri yararlı bulabilirsiniz:

Fiziksel Sabitler

Elektron kütlesi	$m_e \approx 9.1 \times 10^{-31} kg$	Proton kütlesi	$m_p \approx 1.7 \times 10^{-27} kg$
Elektron Yükü	$e \approx 1.6 \times 10^{-19} C$	Planck sab./2π	$\hbar \approx 1.1 \times 10^{-34} Js^{-1}$
Işık Hızı	$c \approx 3.0 \times 10^{8} ms^{-1}$	Stefan sabiti	$\sigma \approx 5.7 \times 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$
Boltzmann sabiti	$k_B \approx 1.4 \times 10^{-23} JK^{-1}$	Avogadro sayısı	$N_0 \approx 6.0 \times 10^{23} mol^{-1}$

Çevrim Çarpanları

$1atm \equiv 1.0 \times 10^5 Nm^{-2}$ $1\mathring{A} \equiv 10^{-10} m$ $1eV \equiv 1.1 \times 10^4 K$

Termodinamik

$dE = TdS + dW$ Gaz için: $dW = -PdV$ Tel için: $dW = Jdx$

Matematiksel Formüller

$\int_0^\infty dx\ x^n\ e^{-\alpha x} = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$

$\left(\frac{1}{2}\right)! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\left[-ikx - \frac{x^2}{2\sigma^2}\right] = \sqrt{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{\sigma^2 k^2}{2}\right]$

$\lim_{N\to\infty} \ln N! = N \ln N - N$

$\left\langle e^{-ikx} \right\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-ik)^n}{n!} \langle x^n \rangle$

$\ln \left\langle e^{-ikx} \right\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-ik)^n}{n!} \langle x^n \rangle_c$

$\cosh(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$

$\sinh(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$

d boyutta birim kürenin yüzey alanı $S_d = \frac{2\pi^{d/2}}{(d/2-1)!}$

1. *Bir boyutlu gaz:* Isıl dengede bir gaz parçacığı aniden tek boyutlu bir tuzak ile sınırlandırılmıştır. İlgili karışık durum, $f(p) = \exp(-p^2/2mk_BT)/\sqrt{2\pi mk_BT}$ olmak üzere, ilk yoğunluk fonksiyonu $\rho(q, p, t = 0) = \delta(q)f(p)$ ile tanımlanır.

(a) Liouville denkleminden başlayarak, $\rho(q, p, t)$'yu türetiniz ve (q, p) düzleminde çiziniz.

(b) $t > 0$'da $\langle q^2 \rangle$ ve $\langle p^2 \rangle$ ortalamaları için ifadeleri türetiniz.

(c) $q = \pm Q$'ya sert duvarların yerleştirildiğini varsayalım. τ uygun büyüklükte bir gevşeme zamanı olmak üzere, $\rho(q, p, t \gg \tau)$'yu tanımlayınız.

(d) Bir "kabalaştırılmış" yoğunluk olan $\tilde{\rho}$, (q, p) düzleminde ρ'nun bir küçük çözünürlüğün altındaki değişimleri ihmal edilerek, yani çözünürlük alanı hücreleri üzerinde ρ'nun ortalaması alınarak, elde edilir. (c) şıkkındaki durum için $\tilde{\rho}(q, p)$'yu bulunuz, ve durağan olduğunu gösteriniz.

****

2. *Entropinin evrimi:* Normalleştirilmiş topluluk yoğunluğu, Γ faz uzayında bir olasılıktır. Bu olasılık, ilişkili bir entropiye, $S(t) = -\int d\Gamma \rho(\Gamma, t)\ \ln \rho(\Gamma, t)$'e sahiptir.

(a) Eğer $\rho(\Gamma, t)$ bir $\mathcal{H}$ Hamiltonyeni için Liouville denklemini sağlıyorsa, $dS/dt = 0$ olduğunu gösteriniz.

(b) Lagrange çarpanları yöntemini kullanarak, $S[\rho]$ fonksiyonelini, sabit ortalama enerji, $\langle \mathcal{H} \rangle = \int d\Gamma \rho \mathcal{H} = E$, kısıtı altında maksimum yapan $\rho_{\max}(\Gamma)$ fonksiyonunu bulunuz.

(c) (b) şıkkındaki çözümün durağan, yani $\partial \rho_{\max}/\partial t = 0$ olduğunu gösteriniz.

(d) Sistem, (b)'deki denge yoğunluğuna yaklaşırken, entropide gözlenen artış, (a)'daki sonuçla nasıl bağdaştırılabilir? (İpucu: Önceki problemde karşılaşılan durumu düşünün.)

****

3. *Vlasov denklemi,* yüksek parçacık yoğunluğu $n = N/V$ veya parçacıklar arası büyük etkileşme menzili λ limitinde, öyle ki $n\lambda^3 \gg 1$, elde edilir. Bu limitte, BBGKY hiyerarşisindeki denklemlerin sol tarafında bulunan çarpışma terimleri çıkarılır.

BBGKY hiyerarşisi,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \sum_{n=1}^{s} \frac{\vec{p}_n}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{q}_n} - \sum_{n=1}^{s} \left(\frac{\partial U}{\partial \vec{q}_n} + \sum_{l} \frac{\partial \mathcal{V}(\vec{q}_n - \vec{q}_l)}{\partial \vec{q}_n} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{p}_n} \right] f_s$$
$$= \sum_{n=1}^{s} \int dV_{s+1} \frac{\partial \mathcal{V}(\vec{q}_n - \vec{q}_{s+1})}{\partial \vec{q}_n} \cdot \frac{\partial f_{s+1}}{\partial \vec{p}_n},$$

şu karakteristik zaman ölçeklerine sahiptir,

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\tau_U} \sim \dfrac{\partial U}{\partial \vec{q}} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{p}} \sim \dfrac{v}{L}, \\ \dfrac{1}{\tau_c} \sim \dfrac{\partial \mathcal{V}}{\partial \vec{q}} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{p}} \sim \dfrac{v}{\lambda}, \\ \dfrac{1}{\tau_X} \sim \displaystyle\int dx \dfrac{\partial \mathcal{V}}{\partial \vec{q}} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{p}} \dfrac{f_{s+1}}{f_s} \sim \dfrac{1}{\tau_c} \cdot n\lambda^3, \end{cases}$$

burada $n\lambda^3$, etkileşim menzili λ içindeki parçacıkların sayısı, ve v tipik bir hızdır. Boltzmann denklemi, seyreltik limitte, $n\lambda^3 \ll 1$, $1/\tau_X \ll 1/\tau_c$ mertebesindeki terimleri göz ardı ederek elde edilir. Vlasov denklemi, yoğun limit $n\lambda^3 \gg 1$'de, $1/\tau_c \ll 1/\tau_X$ mertebesindeki terimleri yoksayarak elde edilir.

(a) N parçacık yoğunluğunun, tek parçacık yoğunluklarının çarpımı olduğunu varsayalım, yani, $\mathbf{x}_i \equiv (\vec{p}_i, \vec{q}_i)$ olmak üzere, $\rho = \prod_{i=1}^{N} \rho_1(\mathbf{x}_i, t)$. f_s yoğunluklarını ve normalleştirilmelerini hesaplayınız.

(b) Çarpışma terimleri yok edildiğinde, BBGKY hiyerarşisindeki tüm denklemlerin şu tek denkleme eşdeğer olduğunu gösteriniz

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{q}} - \frac{\partial U_{\text{eff}}}{\partial \vec{q}} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\right] f_1(\vec{p}, \vec{q}, t) = 0,$$

burada

$$U_{\text{eff}}(\vec{q}, t) = U(\vec{q}) + \int d\mathbf{x}' \mathcal{V}(\vec{q} - \vec{q}\,') f_1(\mathbf{x}', t).$$

(c) Şimdi de N tane parçacığı V hacimli bir kutuya konmuş halde, ve başka bir potansiyel yokken düşünün. $f_1(\vec{q}, \vec{p}) = g(\vec{p})/V$'nin, *herhangi* bir $g(\vec{p})$ için Vlasov denkleminin durağan bir çözümü olduğunu gösteriniz. $g(\vec{p})$ için dengeye doğru gevşeme neden yoktur?

****

4. *İki bileşenli plazma*: $+e$ yüklü ve m_+ kütleli N tane iyon ile $-e$ yüklü ve m_- kütleli N tane elektronun, $V = N/n_0$ hacmi içinde *nötr* bir karışımını düşünün.

(a) Bu iki bileşenli sistem için Vlasov denklemlerinin aşağıdaki gibi olduğunu gösteriniz

$$\begin{cases} \left[\dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\vec{p}}{m_+} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{q}} + e\dfrac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial \vec{q}} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{p}}\right] f_+(\vec{p}, \vec{q}, t) = 0 \\ \left[\dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\vec{p}}{m_-} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{q}} - e\dfrac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial \vec{q}} \cdot \dfrac{\partial}{\partial \vec{p}}\right] f_-(\vec{p}, \vec{q}, t) = 0 \end{cases},$$

burada etkin Coulomb potansiyeli şöyle verilir,

$$\Phi_{\text{eff}}(\vec{q},t) = \Phi_{\text{ext}}(\vec{q}) + e\int d\mathbf{x}' C(\vec{q}-\vec{q}')\left[f_+(\mathbf{x}',t) - f_-(\mathbf{x}',t)\right].$$

Yukarıda, Φ_{ext} dış yüklerce oluşturulan potansiyeldir, ve Coulomb potansiyeli $C(\vec{q})$ $\nabla^2 C = 4\pi\delta^3(\vec{q})$ diferansiyel denklemini sağlar.

(b) Tek parçacık yoğunluklarının $f_{\pm} = g_{\pm}(\vec{p})n_{\pm}(\vec{q})$ durağan biçimleri olduğunu varsayalım. Etkin potansiyelin şu denklemi sağladığını gösteriniz,

$$\nabla^2\Phi_{\text{eff}} = 4\pi\rho_{\text{ext}} + 4\pi e\left(n_+(\vec{q}) - n_-(\vec{q})\right),$$

burada ρ_{ext} dış yük yoğunluğudur.

(c) Yoğunlukların, denge Boltzmann ağırlıkları $n_{\pm}(\vec{q}) = n_0 \exp\left[\pm\beta e\Phi_{eff}(\vec{q})\right]$'ye gevşediklerini de varsaymak, şu öztutarlılık koşuluna yol açar,

$$\nabla^2\Phi_{\text{eff}} = 4\pi\left[\rho_{\text{ext}} + n_0 e\left(e^{\beta e\Phi_{\text{eff}}} - e^{-\beta e\Phi_{\text{eff}}}\right)\right],$$

ki bu, *Poisson-Boltzmann denklemi* olarak bilinir. Doğrusal olmayan biçimi yüzünden, genellikle Poisson-Boltzmann denklemini çözmek mümkün değildir. Üstel fonksiyonlar doğrusallaştırılarak, daha basit olan *Debye* denklemi elde edilir,

$$\nabla^2\Phi_{\text{eff}} = 4\pi\rho_{\text{ext}} + \Phi_{\text{eff}}/\lambda^2.$$

Debye perdeleme uzunluğu λ'nın ifadesini veriniz.

(d) Debye denkleminin şu genel çözümü olduğunu gösteriniz

$$\Phi_{\text{eff}}(\vec{q}) = \int d^3\vec{q}' G(\vec{q}-\vec{q}')\rho_{\text{ext}}(\vec{q}'),$$

burada $G(\vec{q}) = \exp(-|\vec{q}|/\lambda)/|\vec{q}|$ perdelenmiş Coulomb potansiyelidir.

(e) Vlasov yaklaşımının öztutarlılığı için koşulu veriniz ve parçacıklar arası mesafe cinsinden yorumlayınız.

(f) Show that the characteristic relaxation time $(\tau \approx \lambda/c)$ is temperature independent. What property of the plasma is it related to?

****

5. *Manyetik alanda iki boyutlu elektron gazı*: Verici atomlar (P veya As gibi) bir yarıiletkene (Si veya Ge gibi) eklendiğinde, bunların iletkenlik elektronları ana örgüde serbestçe hareket etmek üzere termal olarak uyarılabilirler. Farklı malzemelerin tabakalarını büyüterek, elektronları tabakalar arası sınırlara hapseden, konuma göre değişen bir potansiyel (iş fonksiyonu) oluşturmak mümkündür. Aşağıda, hapsedilmiş elektronları, *iki boyutta* klasik parçacıkların bir gazı olarak ele alacağız.

Eğer elektron tabakaları vericilerden yeterince ayrılmış iseler, saçılmanın ana kaynağı elektron-elektron çarpışmalarıdır.

(a) Bir manyetik alan altında, etkileşmeyen serbest elektronların Hamiltonyeni şu biçimdedir

$$\mathcal{H} = \sum_i \left[\frac{\left(\vec{p}_i - e\vec{A}\right)^2}{2m} \pm \mu_B |\vec{B}| \right] .$$

(Buradaki iki işaret lektron spinlerinin alana paralel veya antiparalel olmasına karşılık gelir.) Vektör potansiyel $\vec{A} = \vec{B} \times \vec{q}/2$ tekdüze bir manyetik alan $\vec{B}$'yi tanımlar. Klasik hareket denklemlerini elde ediniz, ve bunların elektronların, $\vec{B}$'ye dik bir düzlemde siklotron yörüngelerindeki dönüşünü tanımladıklarını gösteriniz.

(b) Yukarı ve aşağı spinli elektronların yoğunlukları $f_{\uparrow}(\vec{p}, \vec{q}, t)$ ve $f_{\downarrow}(\vec{p}, \vec{q}, t)$ için Boltzmann denklemlerini, spin korunumlu çarpışmaların iki kesiti $\sigma \equiv \sigma_{\uparrow\uparrow} = \sigma_{\downarrow\downarrow}$, ve $\sigma_{\times} \equiv \sigma_{\uparrow\downarrow}$ cinsinden, sezgisel olarak (yani, adım adım bir türetimle değil) yazınız.

(c) $\mathrm{H} = \mathrm{H}_{\uparrow} + \mathrm{H}_{\downarrow}$ ilgili H fonksiyonlarının toplamı olmak üzere, $d\mathrm{H}/dt \leq 0$ olduğunu gösteriniz.

(d) Çarpışmalarda korunumlu niceliklerin, *her konumda,* doğrusal bir kombinasyonu olan herhangi bir ln$f$ için, $d\mathrm{H}/dt = 0$ olduğunu gösteriniz.

(e) Boltzmann denkleminde akan terimlerin, sadece bir parçacık Hamiltonyenlerince korunan niceliklere bağlı olan, herhangi bir fonksiyon için sıfır olduğunu gösteriniz.

(f) Açısal momentum $\vec{L} = \vec{q} \times \vec{p}$ 'nin, çarpışmalar sırasında ve sonrasında korunduğunu gösteriniz.

(g) Dairesel simetrisi olan bir potansiyelle sınırlanmış parçacıkların denge dağılım fonksiyonları için en genel biçimi yazınız.

(h) Manyetik ve manyetik olmayan safsızlıklardan kaynaklanan saçılmaların dahil edilmesiyle (g) şıkkındaki sonuç nasıl değişir?

(i) Spin ve açısal momentum korunumları yeni hidrodinamik denklemlerine yol açar mı?

****

6. *Lorentz gazı*, sabit bir dizi saçıcı ile çarpışan etkileşmeyen parçacıkları tanımlar. Bu, elektronların verici safsızlıklardan saçılması için iyi bir modeldir. a yarıçaplı sert daireler olan sabit safsızlıkları, iki boyutlu tekdüze bir yoğunluk n_0'da ele alınız.

(a) Sert bir dairenin, bir θ açısı ile saçılımın diferansiyel kesitinin şöyle olduğunu gösteriniz:

$$d\sigma = \frac{a}{2}\sin\frac{\theta}{2}\,d\theta,$$

ve toplam kesiti hesaplayınız.

(b) Lorentz gazının bir parçacık yoğunluğu $f(\vec{q},\vec{p},t)$ için Boltzmann denklemini yazınız (sadece sabit safsızlıklarla çarpışmaları dahil ederek). (*Elektron spinini yoksayınız.)*

(c) $\vec{F} \equiv -\partial U/\partial\vec{q}$ tanımını, ve aşağıdakileri kullanarak,

$$n(\vec{q},t) = \int d^2\vec{p}\, f(\vec{q},\vec{p},t), \qquad \text{ve} \qquad \langle g(\vec{q},t)\rangle = \frac{1}{n(\vec{q},t)}\int d^2\vec{p}\, f(\vec{q},\vec{p},t)g(\vec{q},t),$$

herhangi bir $\chi(|\vec{p}|)$ fonksiyonu için, elimizde aşağıdaki bağıntı olduğunu gösteriniz,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(n\left\langle\chi\right\rangle\right) + \frac{\partial}{\partial\vec{q}}\cdot\left(n\left\langle\frac{\vec{p}}{m}\chi\right\rangle\right) = \vec{F}\cdot\left(n\left\langle\frac{\partial\chi}{\partial\vec{p}}\right\rangle\right).$$

(d) Yerel hız $\vec{u} \equiv \langle\vec{p}/m\rangle$ cinsinden yerel yoğunluk $\rho \equiv mn(\vec{q},\ t)$ için korunum denklemini türetiniz.

(e) Parçacık momentumunun büyüklüğü safsızlık saçılması ile değişmediğinden, Lorentz gazının sonsuz sayıda korunumlu niceliği, $|\vec{p}|^m$, vardır. Bu gerçekçi olmayan özellik, parçacık-parçacık çarpışmalarının dahil edilmesiyle ortadan kalkar. Bu sorunun geri kalanı için korunumlu bir nicelik olarak sadece $p^2/2m$'e odaklanınız. Aşağıdaki enerji yoğunluğu için korunum denklemini,

$$\epsilon(\vec{q},t) \equiv \frac{\rho}{2}\left\langle c^2\right\rangle, \qquad \text{burada} \qquad \vec{c} \equiv \frac{\vec{p}}{m} - \vec{u},$$

enerji akısı $\vec{h} \equiv \rho\{\vec{c}c^2\}/2$ ve basınç tensörü $P_{\alpha\beta} \equiv \rho\langle c_\alpha c_\beta\rangle$ cinsinden türetiniz.

(f) Aşağıdaki yerel denge koşullarını yansıtan bir tek parçacık yoğunluğu ile başlayarak

$$f^0(\vec{p},\vec{q},t) = n(\vec{q},t)\exp\left[-\frac{p^2}{2mk_BT(\vec{q},t)}\right]\frac{1}{2\pi mk_BT(\vec{q},t)},$$

$\vec{u},\vec{h}$, ve $P_{\alpha\beta}$'yi hesaplayınız. Böylece, sıfırıncı derece hidrodinamik denklemlerini elde ediniz.

(g) Boltzmann denklemindeki çarpışma terimine tek çarpışma zamanı yaklaşımıyla, birinci derece çözümün aşağıdaki olduğunu gösteriniz

$$f^1(\vec{p},\vec{q},t) = f^0(\vec{p},\vec{q},t)\left[1-\tau\frac{\vec{p}}{m}\cdot\left(\frac{\partial \ln\rho}{\partial\vec{q}}-\frac{\partial \ln T}{\partial\vec{q}}+\frac{p^2}{2mk_BT^2}\frac{\partial T}{\partial\vec{q}}-\frac{\vec{F}}{k_BT}\right)\right].$$

(h) Show that using the first order expression for f, we obtain (f için birinci derece ifadeyi kullanarak şunu elde ettiğimizi gösteriniz:

$$\rho\vec{u} = n\tau\left[\vec{F}-k_BT\nabla\ln(\rho T)\right].$$

(i) Yukarıdaki denklemden, hız tepki fonksiyonu $\chi_{\alpha\beta} = \partial u_\alpha/\partial F_\beta$'yi hesaplayınız.

(j) $P_{\alpha\beta}$, ve $\vec{h}$'yi hesaplayınız ve böylece birinci derece hidrodinamik denklemleri yazınız.

****

7. *Termal iletkenlik:* Bir w mesafesi ile ayrılmış iki tabaka arasında bir klasik gaz düşünün. Bir tabaka $y=0$'da T_1 sıcaklığında tutulurken, diğer tabaka $y=w$'da farklı bir T_2 sıcaklıktadır. Gaz hızı sıfırdır, böylece bir parçacık yoğunluğuna ilk sıfırıncı yaklaşım şöyledir,

$$f_1^0(\vec{p},x,y,z) = \frac{n(y)}{[2\pi mk_BT(y)]^{3/2}}\exp\left[-\frac{\vec{p}\cdot\vec{p}}{2mk_BT(y)}\right].$$

(a) Gaz hızı $\vec{u}$'nun sıfır kalmasını sağlamak için $n(y)$ ve $T(y)$ arasındaki gerekli ilişki nedir? (Bu sorunun kalanında $n(y)$ ve $T(y)$ arasındaki bu ilişkiyi kullanınız.)

(b) Wick teoremini kullanarak veya kulanmadan gösteriniz ki;

$$\left\langle p^2\right\rangle^0 \equiv \left\langle p_\alpha p_\alpha\right\rangle^0 = 3\,(mk_BT)\,, \quad \text{ve} \quad \left\langle p^4\right\rangle^0 \equiv \left\langle p_\alpha p_\alpha p_\beta p_\beta\right\rangle^0 = 15\,(mk_BT)^2\,,$$

burada $\langle\mathcal{O}\rangle^0$, Gaussiyen ağırlığı f_1^0 ile alınmış yerel ortalamaları belirtir. Simetri argümanları ile birlikte $\langle p^6\rangle^0 = 105(mk_BT)^3$ sonucunu kullanarak şu sonuca varınız,

$$\left\langle p_y^2 p^4\right\rangle^0 = 35\,(mk_BT)^3\,.$$

(c) Sıfırıncı derece yaklaşım, (a) şıkkındaki gibi ilişkili olan sıcaklık/yoğunluk değişimlerinin gevşemesine yol açmaz. Tek bir çarpışma zamanı yaklaşımı içinde, Boltzmann denklemini doğrusallaştırarak, $f_1^1(\vec{p},y)$'e daha iyi bir (zamandan bağımsız) yaklaşım bulunuz,

$$\mathcal{L}\left[f_1^1\right] \approx \left[\frac{\partial}{\partial t}+\frac{p_y}{m}\frac{\partial}{\partial y}\right]f_1^0 \approx -\frac{f_1^1-f_1^0}{\tau_K},$$

burada τ_K çarpışmalar arasındaki ortalama zaman mertebesindedir.

(d) (b) şıkkında elde edilen ortalamalar ile birlikte, ısı transferi vektörünün y bileşeni h_y'yi hesaplamak için f_1^1'i kullanınız, ve dolayısıyla termal iletkenlik katsayısı K'yı bulunuz.

(e) Gazın kararlı durumdaki sıcaklık profili, $T(y)$ nedir?

****