

MIT Açık Ders Malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.333 İstatistiksel Mekanik I: Parçacıkların İstatistiksel Mekaniği
2007 Güz

Bu materyallerden alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr>

sitesini ziyaret ediniz.

Termodinamik

1. Tel: Esnek bir tel için, sonlu bir sıcaklık aralığında, bir yerdeğiştirmesinin şöyle bir kuvvet gerektirdiği bulunmuştur:

$$J = ax - bT + cTx,$$

burada a , b , ve c sabittir. Ayrıca, telin sabit yerdeğiştirmedeki ısı sığası sıcaklıkla orantılıdır, yani $C_x = A(x)T$.

- Uygun bir Maxwell bağıntısı kullanarak $\partial S/\partial x|_T$ 'i hesaplayın.
- A 'nın aslında x 'den bağımsız, yani $dA/dx = 0$ olduğunu gösterin.
- $S(0,0) = S_0$ olduğunu varsayarak, $S(T, x)$ 'in ifadesini yazınız.
- Sabit gerilmede ısı sığasını, yani $C_J = T\partial S/\partial T|_J$ 'yi T ve J 'nin bir fonksiyonu olarak hesaplayın.

2. Sert çekirdekli gaz: Bir gaz $P(V - Nb) = Nk_B T$ durum denkleminde uymaktadır, ve sıcaklıktan bağımsız bir C_V ısı sığası vardır. (Aşağıdakilerde N sabittir.)

- $\partial S/\partial V|_{T,N}$ ile ilgili Maxwell bağıntısını bulunuz.
- $dE(T, V)$ 'yi hesaplayarak, E 'nin sadece T (ve N)'nin bir fonksiyonu olduğunu gösteriniz.
- $\gamma \equiv C_P/C_V = 1 + Nk_B/C_V$ olduğunu gösteriniz (T ve V 'den bağımsız).
- $E(P, V)$ için bir ifade yazarak, veya başka şekilde, adyabatik bir değişimin, $P(V - Nb)^\gamma = \text{sabit}$, denklemini sağladığını gösteriniz.

3. Süperiletkenlik geçişi: Birçok metal, düşük T sıcaklıkları ve B manyetik alanlarında süperiletken olur. Bu iki fazın sıfır manyetik alanda ısı sığaları yaklaşık olarak şöyle verilir

$$\begin{cases} C_s(T) = V\alpha T^3 & \text{süperiletken fazda} \\ C_n(T) = V[\beta T^3 + \gamma T] & \text{normal fazda} \end{cases}$$

burada V hacim, ve $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ sabitlerdir. (Bu geçişte hacimde kayda değer bir değişim yoktur ve bu problem boyunca mekanik iş ihmal edilebilir.)

- Termodinamiğin üçüncü yasasını kullanarak, bu iki fazın $S_s(T)$ ve $S_n(T)$ entropilerini sıfır manyetik alanda hesaplayınız.

(b) Deneyler, sıfır manyetik alanda, normal ve süperiletken fazlar arasındaki geçişte latent ısı olmadığını ($L = 0$) göstermektedir. Bu bilgiyi kullanarak, geçiş sıcaklığı T_c 'yi α , β , ve γ 'nın bir fonksiyonu olarak elde ediniz.

(c) Sıfır sıcaklıkta, süperiletkendeki elektronlar bağlı Cooper çiftleri oluşturur. Bunun sonucunda, süperiletkenin içsel enerjisi $V \Delta$ kadar azalır, yani metal ve süperiletken için enerjiler, sırasıyla, $E_n(T = 0) = E_0$ ve $E_s(T = 0) = E_0 - V \Delta$ 'dır. Her iki fazın sonlu sıcaklıklardaki içsel enerjilerini hesaplayınız.

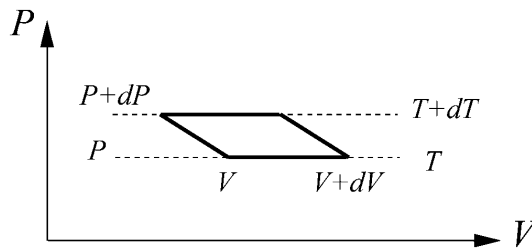
(d) Bu iki fazdaki Gibbs serbest enerjilerini (veya kimyasal potansiyelleri) karşılaştırarak, enerji aralığı Δ için α , β , and γ cinsinden bir ifade elde ediniz.

(e) Bir B manyetik alanı varsa, manyetik işin dahil edilmesiyle, M mıknatıslanma olmak üzere, $dE = TdS + BdM + \mu dN$ olur. Süperiletken faz mükemmel bir diyamanyettir; uygun birimlerde $M_s = -VB/(4\pi)$ olup, manyetik alanı iç bölgelerden dışarılar. Normal metal, $M_n = 0$ ile yaklaşık olarak nonmanyetik kabul edilebilir. Bu bilgiyi önceki sonuçlarla birlikte kullanarak, süperiletken fazın şu manyetik alandan daha büyük değerlerde normal hale geleceğini gösteriniz,

$$B_c(T) = B_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right),$$

ve B_0 'ın ifadesini bulunuz.

4. Foton gazı Carnot çevrimi: Bu problemin amacı, durum denkleminde başlayıp, foton gazında sonsuzküçük bir Carnot çevrimi uygulayarak, karacisim ışıması bağıntısı $E(T, V) \propto VT^4$ 'ü elde etmektir.



(a) Yukarıdaki çevrimde yapılan W işini dV ve dP cinsinden ifade ediniz.

(b) Gazı bir eşitsil eğrisi boyunca genişletirken emilen Q ısını, P , dV ve $E(T, V)$ 'nin uygun bir türeviyle ifade ediniz.

(c) Carnot çevriminin verimliliğini kullanarak yukarıdaki W ve Q ifadelerinin T ve dT ile bağlantısını kurunuz.

(d) Gözlemler, $A = \pi^2 k_B^4 / 45 (\hbar c)^3$ olmak üzere, foton gazının basıncının $P = AT^4$ olduğunu gösterir. Bunu kullanarak ve $E(T, 0) = 0$ varsayarak $E(T, V)$ 'yi elde ediniz.

(e) Yukarıdaki çevrimde *adyabatik yolları* tanımlayan bağıntıyı bulunuz.

5. Tersinmez süreçler:

(a) Başlangıçta T_1^0 ve T_2^0 sıcaklıklarında olan, ısı alışverişiyle T_f son sıcaklığında dengeye ulaşan iki cisim ele alalım. Isı akışının yönünü sıcaklık farkıyla ilişkilendirerek,

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \geq \int_{T_1^0}^{T_f} \frac{dQ_1}{T_1} + \int_{T_2^0}^{T_f} \frac{dQ_1}{T_2} = \int \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2} dQ,$$

biçiminde yazılabilen toplam entropideki değişimin pozitif olması gerektiğini gösteriniz. Bu, daha genel “*kapalı bir sistemde, denge, entropi S'nin maksimum değeriyle tanımlanır*” koşulunun bir örneğidir.

(b) Şimdi, ayarlanabilir V hacmi ve ısı geçiren duvarları olan bir gazı, sabit T sıcaklığında bir ısı banyosuna iliştilmiş olarak, ve sabit P basıncında düşünelim. Banyonun entropisindeki değişim şöyle verilir,

$$\Delta S_{\text{bath}} = \frac{\Delta Q_{\text{bath}}}{T} = -\frac{\Delta Q_{\text{gas}}}{T} = -\frac{1}{T} (\Delta E_{\text{gas}} + P\Delta V_{\text{gas}}).$$

Birleşik sistemin entropisindeki değişime bakarak, “*sabit T ve P 'deki bir gazın dengesi, Gibbs serbest enerjisi $G = E + PV - TS$ 'nin minimumu ile belirlenir*” ifadesini doğrulayınız.

6. Güneş sistemi, izole bir sistem kabul edilebilecek kadar benzeri bulutlardan ayrılmış, parçacıkların seyrek bir gazından meydana geldi. Kütle çekiminin etkisiyle bu parçacıklar birleşerek güneş ve gezegenleri oluşturdu.

(a) Gezegenlerin hareket ve düzeni başlangıçtaki toz bulutundan çok daha düzenlidir. Bu, termodinamiğin ikinci yasasını neden ihlal etmez?

(b) Güneşteki nükleer süreçler protonları karbon gibi daha ağır elementlere dönüştürür. Bu daha ileri düzenlilik entropide bir düşüşe yol açar mı?

(c) Yaşam ve zekanın evrimi, daha da üst seviyede düzenleme gerektirir. İkinci yasayı ihlal etmeden bu, dünyada nasıl başarılıdır?

1. Sınava hazırlık için dersin web-sayfasında verilen problem ve çözümlerin gözden geçirilmesi, yukarıdaki problemlerde size yardımcı olacaktır.