



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Transkript – Ders 12

Bugün direnç kuvvetleri ve sürüklenme kuvvetlerini tartışacağız.

Bir cismi ister bir gaz ya da ister bir sıvı ortamında hareket ettirdiğinizde, bu cisim bir sürüklenme kuvvetine maruz kalır.

Bu sürüklenme kuvveti, cismin şekline, cismin boyutuna, cismin hızı ve onu hareket ettirdiğiniz ortama bağlıdır.

Ortam kesinlikle bellidir.

Eğer ortam hava ise ve siz hava içinde hareket ediyorsanız, saçlarınızda rüzgârı hissedersiniz.

İşte bu direnç kuvvetidir.

Eğer suda yüzüyorsanız, bu direnç kuvvetini hissedersiniz.

Yağda bu direnç kuvveti, daha büyük olacaktır.

Bu direnç kuvveti, iki yüzeyin birbirine göre göreceli hareket ettiği zaman daha önce tartıştiğimiz sürtünme kuvvetinden çok farklıdır.

Orada, kinetik sürtünme katsayısı hızdan bağımsız bir sabit idi.

Hem sürüklenme kuvvetleri hem de direnç kuvvetleri tamamen sürattan bağımsız değildir.

Genel terim olarak, direnç kuvveti,  $k_1$  çarpı hız artı  $k_2$  çarpı hızın karesi şeklinde yazılabilir ve daima hız vektörüne zıt yöndedir.

Bu ifadede  $v$  sürattir, böylece tüm işaretler;

$k_1$ ,  $v$ ,  $k_2$  ve  $v$  kare daima pozitifdir.

Ve  $k$  değerleri cismin şekline, boyutuna ve sahip olduğumuz ortamın türüne bağlıdır.

Bugün kendimi sadece kürelerle sınırlayacağım.

Ve kürelerle ilgilendiğimiz zaman, bu kuvveti elde edeceğiz. Kuvvetin büyüklüğü;

Yani bu kısım

Eşit  $C_1$  çarpı  $r$  çarpı  $v$  artı  $C_2$  çarpı  $r$  kare çarpı  $v$  karedir.

Ve yine, daima hız vektörüne zıt yöndedir.

$C_1$  kilogram metre bölü saniye birimindedir ve  $C_2$  kilogram bölü metre küp olup yoğunluk boyutundadır.

Bunu viskozluk terimi olarak adlandırıyoruz ve bunu da basınç terimi olarak adlandırıyoruz.

Viskozluk terimi ortamın yapışkanlığı ile ilgilidir.

Örneğin su, yağ ve katran gibi akışkanları ele alırsanız, bunların yapışkanlıkları oldukça farklıdır.

Fizikçiler buna viskozite derler.

Eğer yüksek bir viskoziteye sahipseniz, bu oldukça yapışkandır. Bu durumda  $C_1$  değeri çok büyük olacaktır.

Bu yüzden bu ifadeyi viskozluk terimi olarak adlandırıyoruz ve bu ifadeyi de basınç terimi olarak adlandırıyoruz.

$C_1$  sıcaklığın kuvvetli bir fonksiyonudur.

Eğer katranı alıp ısıtırsak viskozitenin azalacağını hepimiz biliyoruz.

Soğutulduğunda daha da yapışkan olur.

$C_2$  sıcaklığa çok bağlı değildir.

Basınç teriminin, neden hızın karesine sahip olduğunu anlamak çok kolay değildir.

Bu kursun sonraki derslerinde momentum transferine değindiğimizde neden bu ifadeye hızın karesinin yer aldığını anlayacağız.

Fakat  $r$ ' nin karesini anlamak kolaydır. Çünkü eğer bir küreye sahipseniz ve üzerine akan akışkan, gaz veya sıvı varsa, o zaman  $r$  kare ile orantılı bir kesit alanına sahip olursunuz ve böylece bu cismin bir kuvvete maruz kaldığını görmek kolaydır.

Basınç teriminin  $r$  kare ile orantılı olduğunu söyleyebiliriz. Böylece anlamak kolaylaşır.

Neredeyse aynı yoğunluğa sahip iki akışkan olsun.

Bunlar çok farklı  $C_1$  değerlerine sahip olabilirler.

Bunlar 10 kat farklı olabilirler.

Pardon, 4 veya 5 kat büyüklükte

Fakat eğer sıvılar aynı yoğunluğa sahiplerse, bu durumda  $C_2$  değerleri oldukça yakındırlar.

$C_2$  neredeyse sıvının  $\rho$  yoğunluğudur.

Tam değil ama hemen hemen,

Fakat  $C_2$  ve yoğunluk arasında çok güçlü bir ilişki vardır.

Eğer bir cisimi düşürüp ve sadece gitmesine izin verirsem, bir cisim alıyorum ve düşmesine müsaade ediyorum.

Bugün, sadece küresel cisimlerle ilgileniyoruz,

Bu durumda ne göreceksiniz. Bir  $m$  kütle var ve böylece  $mg$  çekim kuvveti var.

Ve süratini arttırdığınızda, direnç kuvveti büyüyecek, büyüyecek, büyüyecek ve bir zaman gelecek;

çünkü sürat artar, böylece direnç kuvveti artacak ve ikisinin eşit olduğu bir zaman gelecektir.

Ve ikisi eşit olduğunda, bu durumda artık ivme yoktur. Böylece cisim sabit bir sürate sahiptir ve biz bunu limit hız olarak adlandırıyoruz. Ve bu  $mg = C_1rv_{\text{term}} + C_2r^2v_{\text{term}}^2$  durumunda olur.

Ve bu durumda, limit hız terimlerini ekleriz.

Eğer cismin kütlesi  $m$ ' nin ne olduğunu, yarıçapı ve cisim hareket ettirdiğiniz ortamın  $C_1$  ve  $C_2$  değerlerini biliyorsanız, bu durumda limit hızın ne olduğunu hesaplayabilirsiniz.

Bu ikinci dereceden bir denklemdir. Bu yüzden birinin fiziki anlamının olmadığı iki çözüm elde edersiniz, böylece bunu almayabilirsiniz.

Viskozluk teriminin baskın olduğu örneklerle, yoğunlukla çalışacağız.

Bunu birinci bölge olarak adlandıracağım. Fakat aynı zamanda bu kuvvetin baskın olduğu ve ikinci bölge olarak adlandıracağım bu alanda da çalışacağız ve sizlere bugün bunun etkin olduğu örnekler de vereceğim.

Bir ve ikinin aynı olduğu,

yani viskozluktan dolayı oluşan kuvvet ile basınç kuvvetinin aynı olduğu yerde,

Bu terimleri eşit yazabiliriz, Böylece yüzden  $C_1rv = C_2r^2v^2$  elde edersiniz. Ve bu hızı hiçbir şey kritik olmasa bile kritik hız olarak adlandırırız.

Hiçbir şekilde kritik değildir, sadece bu iki terimin eşit olduğu zamanki hızdır.

Tek demek istediği bu.

Ve bu durumda kesinlikle bu kritik hız  $C_1$  bölü  $C_2 r$  ye eşittir.

Şimdi bu birinci ve ikinci bölge arasında kesin bir tanımlama yapacağız.

Birinci kısımda, hız kritik hızdan çok daha küçüktür. Bu durumda  $mg$  eşit  $C_1 r v_{\text{term}}$  olsun. Ve bundan dolayı  $v_{\text{term}} = \frac{mg}{C_1 r}$  olur.

Aynı malzemeden yapılmış cisimleri alırsak, bu sıvı ya da gaz içerisinde bıraktığınız cisimlerin yoğunluğunun aynı olduğu anlamına gelir. Bu durumda  $m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$  olur.

Buradaki  $\rho$  cismin yoğunluğudur, ortamın yoğunluğu değildir.

Burada  $r^3$  elde ettiğiniz için, aynı yoğunluğa sahip cisimleri bırakırsanız, bu durumda bunun  $r$  kare ile orantılı olduğunu kesinlikle görürsünüz.

İkinci bölge,  $v$  nin  $v_{\text{crit}}$  den çok daha büyük olduğu durumdur. Bu durumda  $mg = C_2 r^2 v_{\text{term}}^2$  olur. Ve böylece  $v_{\text{term}}$  hızı, karekök  $mg$  bölü  $C_2 r$  kare olur. Aynı yoğunluğa sahip cisimleri alır ve yarıçaplarını karşılaştırırsınız,  $m$ ,  $r$  küp ile orantılı olduğundan bu terim  $r$  nin karekökü ile orantılı olur.

Ve bu bölgeleri iki kısma ayırır. Ve bazen birinde bazen de diğerinde geçerli olan örnekleri görürüz.

Bu dersin Web sayfasında da olan grafiği size göstereceğim, böylece onu yazmak zorunda kalmayacaksınız.

Size anlattığım şeyi özetliyor ve tüm temel denklemleri içeriyor.

Burada üst kısımda direnç kuvvetini, direnç kuvvetinin büyüklüğünü görüyorsunuz.

Daha sonra, kritik hızı görüyorsunuz.

Kritik hiçbir şey yok, sadece bu terimin süratinin diğer terimle aynı büyüklükte olduğu sürattir.

Limit hız için birinci eşitlikteki koşulu görüyorsunuz. Hızın kritik hızdan çok küçük olduğu birinci bölgeyi görmekteyiz. Ve sonra limit hızı görmekteyiz. Tahtaya baktığınızda bu limit hızın, yoğunluğu verilmiş bir cisim için  $r$  kare ile orantılı olduğunu görürsünüz.

Ve eğer sürat kritik süratten çok daha büyükse, ikinci bölgedesiniz ve bu durumda limit hız  $r$  nin kareköküne bağlıdır.

Şurup içerisinde bıraktığım, yarıçapı çok iyi bilinen bilyelerin davranışları ile birkaç ölçüm ve bir gösteri yapacağım.

Bunun için de, Karo mısır şurubunu seçtik.

İki yemek kaşığının, 180 kalori olduğu sizi ilgilendirebilir.

Bu gösterim için daha fazla bilgiye ihtiyacım vardı ve bu yüzden ödevimi kendim yapmalıydım, en azından bu Karo şurubun, sizin için yapabileceğini burada görüyorsunuz.

Kaşık başına veya iki kaşık başına 180 kalori aldığınızı görürsünüz.

Çok az miktarda yağ vardır ve onu kullanmadan önce diğer bilgiler sizi ilgilendirebilir.

$C_1$  i bilmem gerekiyordu ve onu hesapladım, onu ölçtüm.

Gerçekten bizim yapacağımız bu deneylerden, onun değerini elde edebilirsiniz, fakat sıcaklığa oldukça fazla bağlıdır.

Yarıncı değeri, bugünkü değerinden farklı olabilir.

Kabul edilebilir bir doğrulukla  $C_2$  yi ölçtüm.

Kilogram bölü metre küp birimi cinsinden, şurubun yoğunluğunun  $C_2$ 'ye çok yakın olduğunu görüyorsunuz.

Bunu daha önce söyledim.

Çok yakınlar, ama kesinlikle aynı değiller.

Bu çelik bilyeler 7800 kilogram bölü metre küp yoğunluğa sahipler.

Karo şurup içerisine 4 tane bilye bırakacağım ve 1/8, 5/32, 3/16 ve 1/4 inch çapa sahipler.

Hesapladığım şey, bu bilyelerin çapının bir fonksiyonu olarak, limit hızı bulmaktır.

Bunun hepsi Web de var.

Burada gördüğünüz şey logaritmik bir grafik.

Bu logaritma ölçeklidir ve bu da logaritma ölçeklidir.

Burada sürati ve bilyenin metre birimi cinsinden yarıçapını görüyorsunuz.

Ve burada  $r'$  nin farklı değerlerini yerine koyduğumda, 1 nolu denklem için elde edeceğim çözüm budur.

Limit hızları bu şekilde elde ettim.

Ve bu kritik hız olup 1 bölü  $r$  ilişkisine sahiptir.

Buradaki siyah noktaya bakarsanız, bu durumda limit hızın kritik hızdan 10 kat daha büyük olduğunu görürsünüz.

Bunun üzerindeki hızlarda olduğunuzu düşündüğünüzde ikinci bölgede olursunuz ve limit hızın bilyenin yarıçapının karekökü ile orantılı olduğunu görürsünüz.

Bu siyah nokta kritik hızdan 10 kat düşüktür ve bu yüzden burada çalıştığınızda, düşük hızlarda olduğunuzu ve böylece yine sadece birinci bölgede olduğunuzu görürsünüz. Bu durumda limit hız  $r$  kare ile orantılıdır.

Buradaki eğimin değeri artı 2 dir ve buradaki eğimin değeri ise artı 0.5 dir.

Bilyelerimizin tamamı burada ve bu yüzden sadece viskozluk teriminin baskın olduğu birinci kısmı inceliyoruz.

Şimdi eğer bu hıza ulaşamıyorsa, bu kritik hız ne anlama geliyor diyebilirsiniz. Küçük bir bilye için, bu kritik hız birkaç 100 m/s olacaktır.

Yaklaşık 200 mil bölü saattir.

Bu şurup içerisine hızı 400 mil bölü saat olan bir bilye bırakıldığında yanlış olan bir şey yoktur. Eğer onu 400 mil bölü saat ile içerisine bırakırsanız, bu kritik hızın üzerinde bir hızdasınız demektir. Ve çok kısa bir süre içinde, hareket basınç terimi ile kontrol edilecektir.

Fakat kesinlikle kütle çekimi baskınsa hareket birinci bölgede sonlanır.

Bu kritik hızın anlamıdır.

Eğer bilyeye böyle yüksek hızlar verirseniz, bu durumda bu iki terim eşit olur.

İfade etmek istediği şey bu.

Çok iyi...

Şimdi farklı boyutlardaki, farklı bilyelere bakacağız ve deneyi nasıl yaptığımı size göstereceğim.

Kısa bir süre sonra, ekranda birbirinden birer santimetre aralıkla bulunan, 7 tane işaret göreceksiniz.

Bunlar sıvı içerisindedir.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Sıvı burada ve yukarıdan bilyeler bırakılır.

Bu çizgiye ulaştığında süreyi başlatacağım.

Ve 1, 2, 3, 4. çizgisini geçtiğinde, bu çizgiyi geçtiğinde süreyi durduracağım.

Çizgiler arasındaki uzaklık yaklaşık 1 santimetre. Bu yüzden bilye yaklaşık 4 santimetre yol alır.

Ve bilyenin buradan buraya gelmesi için geçen süreyi ölçeceğim.

Ve limit hız verilmiştir.

Bu kesinlikle birinci bölgedir ve limit hızı orada görüyorsunuz.

Artık kesinlikle bu mesafeyi alacağı zaman, bu mesafeye  $h$  diyeyim;

bilyenin aldığı mesafe bölü limit hız ile verilir. Ve bu birinci bölgede olduğunuz için 1 bölü  $r$  kare ile orantılıdır.

Şimdi sizlere yarıçapını değil, ama size bilyelerin çaplarını vereceğim.

Aldıkları yol budur.

Bilyelerin inç birimi cinsinden çaplarının bir listesini oluşturacağız.

En küçük bilyem 1/8 inç çapa sahip.

Sonra, 5/32 inç çaplı ve 3/16 inç çaplı bilyelerim var.

Bunların tümü inç'tir, bunlardan biri de 1/4 inç çapındadır.

Eğer burada grafik oluşturursam ve eksenini 1/32 inç cinsinden yazarsam

Bu durumda bunlar 4, 5, 6 ve 8 olur,

Kolay sayılar.

Eğer aldıkları zaman 1 bölü  $r$  kare ile orantılı ise, aynı zamanda 1 bölü  $d$  kare ile de orantılı olacaktır.

Kesinlikle aynı olacak.

1 bölü  $d$  kare grafiğini çizeyim, fakat daha güzel sayılar elde etmek için bu grafiği sizin için 100 bölü  $d$  kare şeklinde çizeceğim. Burada  $d$  değerleri, inç 1/32 i şeklinde alınırsa, bu durumda 4 için 6.25 elde ederim.

5 için 100 bölü 25 bana 4 değerini verir.

Sonra 2.78 ve son olarak ta 1.56 elde ederim.

Şimdi zamanı ölçeceğim ve benim zamandaki belirsizliğim, kesinlikle reaksiyon zamanımla ifade edilir.

En az 0.1 saniye olması gerekir.

Bununla birlikte, 1/4 inç olan bilye çok hızlı gittiği için, hatamın 0,2 saniye olduğunu göreceksiniz.

Büyük hızla gider.



Zamandaki belirsizliği burada 0.2 saniye olarak hesaba katacağım, gerçekten tam olarak bilmiyorum. Belki bu 0.1 saniye ve belki de 0.2 saniye olabilir.

“Neden çaptaki belirsizliği bize vermiyorsunuz?” diye sorabilirsiniz. Bu kesinlikle kütledeki hatayı ilgilendirir.

Bunun nedeni, zamanda yapacağım hata ile karşılaştırıldığında, kesinlikle ihmal edilebilir olmasıdır. Ayrıca satın aldığınızda oldukça doğru bir değerde verilmiştir. Bundan dolayı dikkate almayacağım.

Tamam, şimdi deneye başlayabiliriz ve burada, bu birimi değiştirmem gerekir

Bu içerisinde karo şurup olan bir kaptır.

Açıkçası çok yapışkan.

Orada 7 tane çizgiyi görmektesiniz ve kolayıma gelsin diye oraya 2 siyah nokta koydum. Ve böylece zamanımı başlattığım ve durdurduğum anı kolayca görebilirim.

Çok sayıda çizgi var. Eğer böyle yapmasaydım, karıştırabilirdim

Ve zamanı beraber ölçeceğiz. Ve bu cisimlerin buraya gitmesinin ne kadar süre aldığını göreceğiz.

1/8 inch çapında olan ile başlayacağım.

Cımbızın ucunda.

Sıfırda bırakacağım, 3, 2

Ooo ooo, göremezsiniz buradan.

Şimdi görmeniz gerekiyor, 3, 2, 1, 0.

Ne kadar iyi işlediğine bakın, görüyorsunuz.

Üstte çok güzel bir hava kabarcığını görüyorsunuz. Bilye çok yavaş iniyor, fakat sadece yüzey tarafından bırakılmasını bekleyin.

İşte gidiyor.

Şimdi 1 santimetre, 2 santimetre, 3 santimetre.

Şimdi tamam. Süre ne?

Göremedim.

Bir defa daha yapmak istiyorum.

Onu sildim mi?

Ne kadardı?

5.93

Bunu aklınızda tutun.

Gerçekten, tekrar aynı sonucu verip vermeyeceğine görmek iyi olur.

Tamam. İşte gidiyor.

Şimdi 1 santimetre, 2 santimetre, 3 santimetre.

Şimdi: 5.66.

Bu size zaman ölçümdeki belirsizliği göstermektedir.

Önce 5.93, ve şimdi 5.66 elde ettik.

Çok kötü değil: 5.9, 5.7

Zamandaki hata saniyenin onda biri.

Zamandaki hatam, bundan biraz daha büyük olabilir.

Çok fazla zamanınız yok.

Şimdi 5/32 inç çaplı bilye için yapıyoruz.

Tamam, 5/32 inç.

Bunun yüzeyden ayrılması biraz zaman alır.

Eğlenceli değil mi? Çünkü havaya maruz kaldığı için şurubun yüzeyi üzerinde ince bir film oluştu.

Mükemmel,

Sabırla bekleyelim.

Ama şimdi gidiyor.

Şimdi: 1, 2, 3.

Şimdi: 3,80.

Elde ettiğiniz şey bu mu?

Benim için gittikçe zorlaşacak.

3/16 inch için yapıyoruz.

Hazırlanabilmem için bilyenin yüzeyde bir süre kalması gerçekten iyi bir şey.  
Gerçekten yardımcı oluyor değil mi?

Bunu suda yapsanız gider... Hemen gider, onu göremezsiniz.

Başlıyoruz.

Şimdi gördüğünüz gibi benim için, bu çok zor ve bu yüzden önemli bir hata yapabilirim.

2,69.

Ve şimdi büyük olan 1/4 inch lik bilye için yapıyoruz.

Tekrar yapmak zorundayım.

Buna hiç güvenemem.

Yüzeyden çok hızlı geçti.

Çok doğru bir şekilde bunu yapamam.

İlk değer kaç idi?

Birinci kaç idi?

1.68,

Ve bu 1.40

1.68 ve 1.40

Görüyorsunuz, belirsizliğimin 0.2 olduğunu söylediğimde şaka yapmıyordum.

Şimdi sıra asit testine geldi.

Eğer ölçümler doğru yapılsaydı ve eğer bu bölgede çalışsaydık, Bu durumda eğer düz bir kağıt üzerinde t ye karşı 100 bölü d kare grafiğini çizseydim, bu durumda doğrusal bir çizgi elde etmem gerekir.

Tamam.

Burada önceden hazırladığım bir grafiğim var ve buradaki sayıları grafiğe yerleştireceğim.

İlk olarak, en küçük bilye için elde ettiğimiz değeri 5.8 saniye olarak yerleştirelim.

Bu en küçük bilye için.

Karıştırmayın, Çünkü bu 100 bölü d kare grafiğidir, böylece bu en küçük bilye içindir.

5.8

Bu çizginin üzerinde burada bir yerde. 5.8 buralarda bir yerde

İşte burası

Bu nokta, tahmin ettiğimiz yerden daha aşağıdadır ve nedeni sıcaklığın artmasıdır.

Eğer sıcaklık artarsa, bu durumda viskozite azalır ve bilyeler çok hızlı hareket ederler.

Önemli değil, beni rahatsız etmiyor.

Sonraki bilye için 3.80.

Gördünüz mü, tahmin ettiğim gibi doğrusal çizgi.

Doğrusal bir çizgi değil mi?

Yanlış olan ne?

Tamam, üçüncü bir noktayı da koyacağız.

2.69

Burası 2.7

Ve burası 2.69.

Zamandaki hatayı koymak çok zordur. Çünkü zamandaki hata, benim noktamın boyutundan çok daha büyük değil.

Ve şimdi sonuncuyu yerleştiriyoruz.

Haydi, ortalamasını alalım: 1,55.

0.2 saniyelik bir hata ile yaklaşık 1.55, ve bu 0.2 saniyelik bir hata.

Tamam, işte başlıyoruz.

Şimdi bu doğrusal bir çizgi mi, yoksa değil mi? Muhteşem bir doğrusal çizgi.

Böylece gerçekten limit hızın, yarıçapın karesi ile orantılı olduğu bölgede çalıştığımızı görmektesiniz.

Tamam, ışıkları tekrar açıyorum.

Şimdi bu deneyle ilgili bir soru geliyor. Yani, limit hızına ulaşmak ne kadar zaman alır? Cisim belli bir kütleyle sahip ve bu yüzden ona etki eden bir kütle çekim kuvveti var. Kütle çekim kuvveti  $mg$  ye eşittir.

Ve bu durumda direnç kuvveti var, çünkü sadece birinci bölge içinde çalışıyoruz.

Direnç kuvveti büyüklük açısından,  $C_1 r v$  ye eşittir. Çünkü birinci bölge ile ilgileniyoruz.

Eğer bunu  $y$  nin artan değeri olarak seçersem, bu durumda Newton' un ikinci kanunu bana  $ma = mg - C_1 r v$  eşitliğini verir. Ve bu,  $m \frac{dv}{dt}$  ye eşittir. Böylece burada  $v$  cinsinden diferansiyel bir eşitliği var ve bu çözülebilir.

Ve dördüncü ödevinizde bunu çözeceksiniz.

Elde edeceğiniz şey, zamanın fonksiyonu olarak hızın maksimum bir değere ulaşacağıdır.

Maksimum değer için, bu limit hızdır ya da siz onu limit sürat olarak adlandırabilirsiniz.

Bu şekilde artacak ve daha sonra asimtotik olarak limit hızına yaklaşacak.

Ve bu hesaplamanız için 4. ödevinizde size soracağım şeydir.

Eğer hiç direnç kuvveti olmasaydı, hızın doğrusal olarak artacağını anlayacağınızı umuyorum, böylece bu şekilde bir değer elde edeceksiniz.

Bu durumda direnç kuvveti yoktur.

Dirençten dolayı davranış tamamen farklıdır.

Ve ödevinizin bir parçası olan değeri zaten ben hesapladım.

Çapı 1/4 inç olan bilye için ne kadar zaman alır?

Limit hızın yaklaşık %99 u olan, hıza ulaşması ne kadar süre alır? Ben bunu hesapladım ve siz kendiniz de bu hesaplamayı gözden geçireceksiniz.

Sadece 9 milisaniye.

Başka bir deyişle, yüzeyden içeri doğru bırakılması biraz zaman alır. Çünkü yüzeyde ince bir film vardır. Yüzeyden bırakıldıktan sonra 9 milisaniye içerisinde limit hızın %99'una ulaşacaktır. Hiç problem olmadı. Cismin ilk işareti geçmesini beklerken bile zaten limit hızı ile gidiyordu.

Yani, her şey yolundaydı.

Artık havaya dönmek istiyorum.

Kesinlikle hava farklı bir şekilde davranır.

Prensipte aynıdır, fakat  $C_1$  ve  $C_2$  değerleri oldukça farklıdır.

Eğer atmosferdeki havayı alır ve oda sıcaklığına getirirsek Bu durumda  $C_1$ , 3 çarpı 10 üzeri eksi 4 ve  $C_2$ , 0.85 değerini alır.

Bu 1 kilogram bölü metre küp olan, havanın yoğunluğuna, oldukça yakındır. Ve sizlere  $C_2$  nin  $\rho$  ya oldukça kuvvetli bir şekilde bağlı olduğun söyledim.

Ve böylece  $C_1$  bölü  $C_2$  r ile ifade edilen limit hız, yaklaşık 3.7 çarpı 10 üzeri eksi 4 bölü r metre bölü saniyedir.

Bu değer aynı  $r$  yarıçaplı bir cisim için Karo şuruptaki içindeki kritik hızdan yaklaşık 400 kat daha düşüktür.

Eğer Karo şurubu içine bıraktığım 1/4 inch çapındaki bilyenin davranışını karşılaştırırsam, bu durumda karo şurup içindeki limit hız, Karo şurubun kendisinin kritik hızından çok daha küçüktür.

Karo şurubun kritik hızı 1/4 inch olan bilye için 100 mil bölü saattir.

Dolayısıyla bunun çok altındadır.

Burada, yani havada, kritik hız 11 santimetre bölü saniye gibi bir şeydir.

Bu saniyede 11 santimetre demektir. Ve biz 1/4 inch' lik bilyeyi havada bıraktığımızda süratin çok daha büyük olduğunu biliyoruz. Böylece havada, 1/4 inch çaplı bilye, kritik süratten çok daha büyük bir sürate sahiptir. Ve bundan dolayı kesinlikle şimdi ikinci bölgedeyiz.

Bu ikinci bölgedir.

İster yağmur damlası, ister bir basketbol topu, yada bir golf topu ya da plaj topu, ya da yüksek bir binadan küçük bir taş fırlatmanız, ya da paraşütlü veya paraşütsüz bir uçaktan atlamanız asla fark etmez. Daima basınç terimi, yani hızın karesi ile verilen terim ile karşı karşıya kalırsınız. Ve daima yoğunluğu verilen bir cisim için limit hız, yarıçapın karekökü ile orantılı olan bir bölgede olursunuz.

Eğer yaklaşık 1 santimetre yarıçapında çok küçük bir çakıl taşı alır ve yüksek bir binadan onu fırlatırsanız, hava direncinden dolayı 75 mil bölü saat değerini aşmayacak bir hıza ulaşacaktır.

Eğer bir uçaktan atlarsanız ve paraşütünüz yoksa ve kütleinizin yaklaşık 70 kg olduğunuzu farz ediyorum.

Yaklaşık sayılar veriyorum.

Sizi yaklaşık 40 santimetre yarıçaplı bir küre olarak düşünürsem, bu sadece bir yaklaşım, gerçekten bir küreye benzemiyorsunuz fakat birkaç yaklaşık sayı elde etmek istiyorum.

Bu durumda limit hızı 150 mil bölü saat olur.

Daha dün uçaktan atlayan, fakat paraşütü mümkün olduğunca en son anda açmak isteyen hava akrobatları hakkında bir makale okudum. Onlar benim için sürpriz olmayan 120 mil bölü saatlik bir limit hıza ulaşıyorlar.

Hespladığım bu yaklaşık değere çok yakın.

Kesinlikle daha sonra paraşütü açarlar ve bu durumda hava direnci oldukça fazla artar ve böylece aşağı doğru yavaşlarlar.

Bir yağmur damlasından söz ettim.

Neredeyse tüm yağmur damlaları düştüklerinde ikinci bölgede yer alırlar.

Bu yüzden, limit hızı  $v$  kare terimi ile ifade edilir.

Bununla birlikte eğer damlaları aşırı derecede küçük yaparsanız, birinci bölgeye gireceğiniz bir an gelecektir.

Dördüncü ödevinizde bunun nerede meydana geldiğini hesaplamanızı istedim. Bunu su için yapamam, çünkü su damlasının yarıçapı o kadar küçüktür ki hemen buharlaşacaktır. Bu yüzden yağı tercih ediyorum.

Dördüncü ödevinizde bir yağ damlasını almanızı ve onu küçük, daha küçük, çok küçük, yapmanızı istiyorum. Ve öyle bir an gelecek ki birinci bölgeye gireceksiniz. Ve sizlerden bu iki bölge arasındaki kesişimin nerede olduğunu hesaplamanızı istiyorum.

Burada bir topum var,

Siz buna balon da diyebilirsiniz, fakat ben onu top olarak adlandıracağım. Çünkü içerisinde helyum yok.

Ve bu top, yaklaşık 34 gr gelmektedir.

Tahtayı biraz sileyim.

Kütleyi ve yarıçapı biliyoruz.

Kütle yaklaşık 34 gr ve yarıçap yaklaşık 35 santimetre.

Bir taraftan diğer tarafa yaklaşık 70 santimetre.

Limit hızının ne olduğunu hesaplayabilirim.

Aslında, limit sürati demek daha doğrudur.

Kesinlikle birinci bölgede olacağımı biliyorum. Kütleyi biliyorum, havada  $C_2$  nin 0,85 olduğunu biliyorum, yarıçapı ve  $g$  değerini biliyorum. Dolayısıyla limit hızı yaklaşık 1.8 metre bölü saniye olarak bulurum.

Eğer onu 3 metrelik bir yükseklikten bırakırsam ve bunu yapacağım. Bu durumda yere ulaşmak için aldığı süre yaklaşık benim yüksekliğim olan 3 metre bölü 1.8 metre bölü saniye ifadesinden 1.7 saniye olacaktır.

Bu kötü değil.

Bu kötü bir yaklaşım değil.

Fakat şüphesiz daha uzun süre alacaktır. Daha uzun süre almasının nedeni limit hızına bir anda ulaşamaz olmasıdır.

Bilye 9 milisaniye içerisinde limit hızına ulaşmıştı.

Burada çok daha uzun süre ulaşacağını garanti ederim.

Şimdi, eğer limit hızına çok yakın olması için geçen süreyi hesaplamak isterseniz, bu kolay bir iş değildir. Çünkü sıkıcı bir diferansiyel eşitlik ile karşılaşacaksınız.

$mg$  yi elde edeceksiniz.

İvmeyi elde edeceksiniz.

Şimdi sahip olduğumuz eşitliğimize gidelim.

Gördüğünüz gibi,  $ma$  eşit  $mg$  eksi direnç kuvveti eşitliğimiz var.

Direnç kuvveti  $v$  terimini ve  $v$  kare terimi içerir.

Bu yüzden analitik olarak çözülemez.

Benim yüksek lisans öğrencim ve sizin hocalarınızdan birisi olan Dave Pooley' den bunu benim için nümerik olarak çözmesini istedim.

Ve sonuçları size göstereceğim.

Gerçekten Dave Pooley güzel bir grafik hazırladı. Eğer topu 3 metre yükseklikten bırakırsanız, top üzerine zamanın etkisini görebilirsiniz.

İşte burada.

Tüm sayılar orada.

Bu Web de var, bu yüzden hiçbir şeyi yazmayın.

Yukarıda  $C_1$  ve  $C_2$  için değerlerimiz verilmiştir.

Oturduğunuz yerden onları göremeyebilirsiniz, fakat oradalar. Burada gördüğünüz şey, zamanın bir fonksiyonu olarak yerden olan yüksekliktir.

Bu 1 saniye, bu 1.5 saniye, bu da 3 m işareti.

Eğer hava direnci olmasaydı, hatırlayın 3 metreden bir elmayı bırakmıştık ve yere yaklaşık 780 milisaniyede çarpıyordu.

Fakat hava direnç kuvveti varken yaklaşık 1 saniye sonra, 1.8 saniyede çarpacaktır.

Gördüğünüz gibi 1.7 saniye çok kötü değildi. Fakat zamanın fonksiyonu olarak hızın nasıl arttığına burada bakarsanız, 1.8 metre bölü saniye olan limit hızına ulaşmasının yaklaşık 0.3-0.4saniye alacağını göreceksiniz.



Yerçekiminden dolayı ivmenin sabit kalmadığını, fakat çok hızlı bir şekilde düştüğünü söylemeye gerek yok. İvme sifıra yaklaşır. Bu durumda limit hıza ulaşırsınız ve hızda artık herhangi bir değişim olmaz.

Şimdi bunu deneyelim.

Işıkları açacağım.

Cismi bırakacağız ve 1.8 saniye elde edeceğimizi düşünmüyorum.

1.8 saniyeden daha büyük bir değer elde edebilirsiniz. Bunun sebepleri şöyledir.

Birincisi, bu mükemmel bir küre değil, bu hesaplamalar sadece küreler için geçerlidir.

Bu birincisi.

İkincisi, bu şey sanki bir yay hareketi yapmaktadır. Bıraktığım anda, muhtemelen bir salınım hareketi gibi davranır.

Bu da yardımcı olmaz.

Bu muhtemelen onun yavaş gitmesine de neden olacaktır. Şüphesiz ikinci bölgedeki bu yavaşlamaya sebep olan şey gerçekten türbülansdır.

Türbülansı anlamak ve tahmin etmek çok zordur.

Ve bu yüzden neredeyse hiçbir şey yapamıyorum. Sadece türbülansı ekleyeceğim ve böylece 3 metreden düşmesinin muhtemelen 1.8 saniyeden daha büyük olacağını tahmin ediyorum. Fakat kesinlikle elmanın düşme zamanı olan 780 milisaniyeden daha büyük olacaktır.

Şimdi ne kadar yakın bir değer elde edebileceğimizi görelim.

Zaman ölçen aleti açayım.

Zamanı sıfırladığımdan emin olayım.

Sıfırladım.

Ve...

Bu arada aynı zamanda bırakmak ve süreyi başlatmak çok kolay değil.

Ve aynı zamanda yere çarptığı zamanı da görmem kolay değildir. Bu yüzden bu deneyde büyük bir belirsizlik var.

Tamam.

Üç, iki, bir, sıfır.

Ne görüyoruz?

2.0 gibi bir şey gördüm.

Kötü değil.

Gördünüz mü? Tahminimiz 1.8 idi, biz 2.0 elde ettik.

Kötü değil, bu hava direncini de içerir. Ve hatta bu bir yaklaştırma da değildir.

Bu hem doğrusal  $v$ , aynı zamanda  $v$  kare terimini içerir.

Fakat neredeyse sadece  $v$  kare terimi tarafından belirlenir.

Dave' den Empire State binasından küçük bir çakıl taş fırlattığımda olacak olan şeyi bana göstermesini istedim.

Ve seçtiğimiz çakıl taşı 1 santimetre yarıçapına sahip.

Bu hepimizin bulabileceği bir çakıl taşıdır.

Çakıl taşların yoğunluğunu kabataslak biliyorum ve Empire State binasından onu bıraktığım zaman yaklaşık 75 mil bölü saatlik bir limit hızına ulaşacaktır.

Hava direnci olmadan 225 mil bölü saate ulaşır.

Bunu da sizlere göstermek istiyorum.

475 metre yüksekliğindeki bu Empire State binasını görüyorsunuz. Bu t eşit sıfırda başladığınız yerdir. Bu 1 saniye, 5 saniye, 10 saniye, 15 saniye' dir ve eğer hava direnci olmasaydı 10 saniye' den daha kısa bir sürede yere çarpardı. Fakat şimdi 16 saniye-17 saniye gibi bir zamanda yere çarpacaktır.

Yaklaşık 5-6 saniye' de limit hıza ulaşacağını görmektesiniz.

Bu sonuç değerimize oldukça yakındır. Eğer hava direnci olmamış olsaydı, kesinlikle yere çarpma sürati doğrusal olarak artardı ve yere çarptığında sürati 225 mil bölü saat olurdu.

Küçük bir çakıl taşına hava direncinin etkisinin çok büyük olmasını bekleyemezsiniz. Ancak onu yüksek bir binadan fırlatırsanız, hava direnci etkisinin oldukça büyük olduğunu görürsünüz.

Şimdi 3 m yükseklikten bir elmayı bıraktığımızı ve yerçekimi ivmesi verildiğinde, düşmesi için geçen zamanı hesapladığımızı hatırlayabilirsiniz.

Bu ödevinizde yaptığınız şeylerden biriydi.

Sanırım 781 milisaniye elde etmiştik.

Bunun dışında siz  $g$  yi hesaplayabilirsiniz, değil mi? Çünkü, 3 metre eşit 1 bölü 2  $g$  t kare olduğunu biliyorsunuz. Size 3 ü veriyorum ve size zamanı da 2 milisaniye belirsizlikle 781 milisaniye olarak veriyorum.

Sonuç g yi verir.

Dave' e "bu elma üzerine hava direncinin etkisi nedir? Bunu ihmal etmemizden sorumlu olan nedir?" diye sordum. Elmanın kütlesi 134 gramdır.

Kesinlikle onu ölçmek kolaydır.

Bu ilk dersimiz süresince, kullandığımız elmamız.

m eşit 134 gramdı.

Bu neredeyse bir küre. Gerçekte küre değil, fakat yaklaşık olarak bir küre ve yarıçapı yaklaşık 3 santimetre.

Ve eğer  $v$  kare terimini kullanmak istiyorsanız, bu hesaplayabileceğiniz bir limit hıza ulaşmaya sebep olabilir. Fakat bununla ilgilenmiyorum.

Hava direncinden dolayı, yere ulaşmasının kaç milisaniye gecikeceğini bilmek istiyorum.

Dave hesaplamaları yaptı ve bunu 3 metreden düştüğünde 2 milisaniye olarak buldu.

1.5 metreden düştüğünde bu gecikme neredeyse sıfırdır.

Peki 1.5 metreden düştüğünde neden neredeyse sıfırdır?

Eğer elmayı hava ortamında atarsanız bu durumda ikinci bölgede olursunuz ve bu yüzden hızın karesi baskındır ama ilk 1.5 metrede henüz çok yüksek sürat elde edemezsiniz.

Hız doğrusal olarak artar, hava direnci ile karşılaşacağınız  $v$  kare teriminin geçerli olacağı durum hareketin ilk kısımlarıdır.

3 metreden düşüşte hava direncinden kaynaklanan yere çarpma zamanındaki gecikme 2 milisaniyedir. Eğer  $h$ , 3 metre ise bu 2 milisaniyedir.

Bunu gecikme olarak adlandırırım.

Şanslı olma veya şanssız olma arasındaki ince çizgisindesiniz.

Eğer verilerimizi kullanarak, yerçekimi ivmesini yeniden hesaplamak istiyorsanız, gerçekten zamandan 2 ms' yi çıkarmanız gerekir.

Başka bir deyişle, 2 ms' lik bir belirsizliğe müsaade ettiğimiz için, biz gerçek değerden çok uzak değiliz.

Şimdi son kısma geliyorum ve bu hava direncinin yörüngeyi nasıl etkilediğidir. Bu aynı zamanda ödevinizin de bir parçası. Fakat bununla alakalı olarak, sizlere biraz yardım edeceğim.

Dördüncü ödevinizde, sıvı içerisindeki bir cismin hareketini nicel olarak değerlendirmenizi istiyorum. Fakat, cisme x yönünde bir başlangıç hızı vereceğim. Ve bu durumda sıvı aşağıdadır.

Bu durumda yerçekimi var ve başlangıç hızı da var.

Eğer direnç kuvveti olmasaydı, bu durumda şüphesiz bu bir parabol olurdu ve yatay hız daima aynı olurdu.

Asla bir değişim olmazdı.

Fakat şimdi durum böyle değil.

Sıvıdan dolayı etkileyen direnç kuvvetinden dolayı, cisim bu yönde bir hıza sahip olacaktır. Böylece ona zıt yönde etkiyen bir sürüklenme kuvveti bileşeni olacaktır.

Bu doğrultuda bir sürate sahiptir. Bu yüzden bu doğrultuda sürüklenme kuvvetlerinin de bir bileşeni olacaktır.

Ve bu x yönündeki bileşen hızı azaltacaktır.

Bu durumda, göreceğiniz yörünge oldukça farklı bir şey olabilir.

Bunun gibi bir şey olacaktır.

Ve nihayet, başlangıçtaki hız bileşeninden hiçbir şey kalmayacaktır. Dikey olarak indiğinizde, sıvı içerisine dikey olarak düşen cismin hareketinden elde edebileceğiniz limit hıza sahip olacaksınız.

Bu dört numaralı ödevinizde ele alacağınız şeydir. Ve bu sadece birinci bölgede yapılır. Çünkü, bir cisim ile bir sıvınız var ve sıvı ile çalıştığınızda neredeyse her zaman birinci bölgedesiniz demektir.

Bir tenis topunu aldığımı ve bu tenis topunu bu ders salonunda attığımı varsayın.

Bu tenis topu üzerinde bir hava direnci vardır.

Herhangi bir hava direncinin yokluğunda, tamamen simetrik olacak güzel bir parabol elde ederim.

Onu  $v_0$  olarak adlandırdığım, belli bir ilk hız ile yukarı doğru atacağım.

Ve yatay bileşen asla değişmez.

Bu  $v_{0x}$  olacaktır ve her zaman aynıdır.

Fakat şimdi hava direnci varken, y doğrultusunda bir hava direnç kuvveti olacağını göreceksiniz.

Eğer cisim bu yönde yukarı doğru gidiyorsa, bu durumda, y yönünde bir direnç kuvveti bileşeni olacaktır. Ve yine bu yönde bir hızı olduğu için, x yönünde de bir

direnç kuvveti de olacaktır. Bu durumda hızın bu bileşeni, aynen bu hız bileşeninin küçüldüğü gibi küçülecektir.

Bu bileşen küçülmeye maruz kalacaktır.

Bunun sonucu olarak, hareket süresince sabit kalmayacaktır. Bu durumda daha çok şöyle bir yörünge elde edeceksiniz.

Artık simetrik değildir. Asimetriktir.

Açıkçası hava direnci olmaksızın ulaşmış olduğunuz en yüksek noktaya, artık ulaşamayacaksınız. Bunun sebebi, y yönündeki bu direnç kuvvetinin bu kadar yükseğe çıkmanıza izin vermemesidir.

Bu aşikârdır.

Hava direnci olmadan gitmiş olduğunuz yatay uzaklığa da ulaşamayacaksınız. Bu açıktır. Bunun sebebi direnç kuvvetinin bu  $v_{0x}$  bileşenini azaltacak olmasıdır. Aynı zamanda, yörüngede bir asimetri elde edeceksiniz ve bunu görmeyi istiyorum.

Bu noktayı O, bu noktayı P olarak seçiyorum. Ve bu noktayı da S noktası olarak seçelim.

Böylece yapmak istediğim şey, bir tenis topunu atmaktır. Ve daha sonra bu suni köpükten yapılmış topu atacağım ve bu top tenis topu ile neredeyse aynı yarıçapa sahiptir.

Bu her iki top için direnç kuvvetinin aynı olacağı anlamına gelir. Çünkü direnç kuvveti sadece  $r$  kare ve  $v$  ile ifade edilmektedir.

$R$  kare ve  $v$  kare hatırladınız mı? Fakat, direnç kuvvetleri neredeyse aynı olmasına rağmen, bu top, bu topa kıyasla çok daha büyük kütleyle sahiptir. Eğer bunları aynı ilk hız ile atarsam, küçük kütleli olan topa, büyük kütleliye nazaran daha fazla direnç kuvveti etki edecektir.

F eşit mi, değil mi? Bu yüzden büyük kütleli üzerine küçük kütleliye çok daha az bir direnç kuvveti etki edecektir.

Tenis topunun yörüngesinin ideal bir parabole çok yakın olduğunu görmeye çalışın.

Asimetri etkisini hiç görmeyeceksiniz.

Fakat suni köpükten yapılmış bu top için durum böyle olmayacaktır.

İlk olarak tenis topuna bakın.

Bunu bu tarafta yapmalıyım.

Aşağı yukarı simetrik olarak göründü mü? Tamam, şimdi bunu deneyeceğim.

Asimetrik olarak göründü mü? Bunun görebildiniz mi? Sadece evet mi diyorsunuz, yoksa gerçekten gördünüz mü? Bir kez daha deneyeyim. Şimdi bu yönde atayım.

Şimdi buna benzer bir yörüngede gitmeli ve yaklaşık bu şekilde yere düşmeli.

Hazır mısınız?

Asimetriyi görüyor musunuz? Tamam, şimdi son sorum geliyor.

Şimdi sizlere şöyle soruyorum. Ve bunun tek bir cevabı var.

Bu konu hakkında düşünmenizi istiyorum ve %100 doğrulukla bir cevap vermenizi istiyorum.

Bu cismin, O noktasından P noktasına gitmesi, belli bir zaman alır.

Bu cismin, P noktasından S noktasına gitmesi de belli bir zaman alır.

Bu zaman, bu zaman ile aynı mıdır? Yoksa bu zaman, bu zamandan daha uzun mudur? Yoksa bu zaman daha mı kısadır? Bunun hakkında düşünün.

Gelecek derste görüşürüz.