

Paul A Tripler

Fizik

Fen ve Mühendislik için

Dördüncü Baskı

Cilt: 1

Mekanik

Titreşimler ve Dalgalar

Termodinamik

8-8 Roket İtme Gücü:

Roket itme gücü, mevcut momentum korunumunun dikkat çekici bir örneğidir. Roket itme gücünün matematiksel tanımı oldukça karmaşık olabilir. Çünkü roketin kütlesi, yakıt yaktıkça ve atık gazı dışarı bıraktıkça devamlı olarak değişir. En kolay yaklaşım, belli bir zaman aralığında toplam sistemin momentum değişimini (dışarı atılan gaz dâhil) hesaplamak ve Newton kanununu $F_{ext} = dP/dt$ şeklinde kullanmaktır, burada F_{ext} rokete etki eden net kuvvettir.

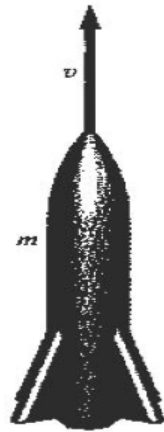
Dünyaya göre v hızı ile hareket eden bir roket düşünelim (Şekil 8-44). Eğer yakıt sabit oranda $R = |dm/dt|$ yanarsa, t anında roketin kütlesi

$$m = m_0 - Rt \quad 8-35$$

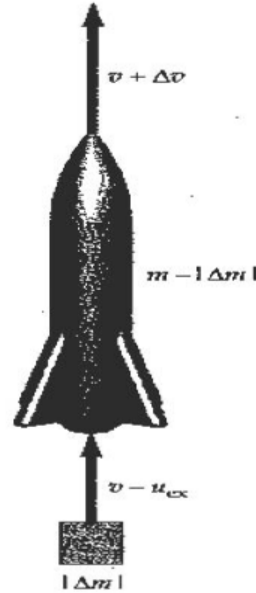
olur. Burada m_0 roketin ilk kütlesidir. t anında sistemin momentumu

$$P_i = mv$$

Daha sonraki $t + \Delta t$ anında roket dışarıya $R \Delta t$ kütleli gaz atar. Eğer gaz, rokete göre u_{ex} hızı ile atılırsa, gazın dünyaya göre hızı $v - u_{ex}$ olur. Bu durumda roketin kütlesi $m - R\Delta t$ olur ve $v + \Delta v$ hızıyla hareket eder (Şekil 8-45).



Şekil 8-44



Şekil 8-45

$t + \Delta t$ anında sistemin momentumu

$$\begin{aligned}
 P_f &= (m - R\Delta t)(v + \Delta v) + R\Delta t(v - u_{ex}) \\
 &= mv + m\Delta v - vR\Delta t - R\Delta t\Delta v + vR\Delta t - u_{ex}R\Delta t \\
 &\approx mv + m\Delta v - u_{ex}R\Delta t
 \end{aligned}$$

burada $R\Delta t\Delta v$ terimi çok küçük iki niceliğin çarpımı olduğu için oldukça küçüktür, ve bundan dolayı diğer terimlere göre ihmal edilebilir. Momentumdaki değişim

$$\Delta P = P_f - P_i = m\Delta v - u_{ex}R\Delta t$$

ve

$$\frac{dP}{dt} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} - u_{ex} R \quad 8-36$$

Δt sifıra yaklaştıkça $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ de $\frac{dv}{dt}$ türevine yaklaşır, bu da ivmedir. Dünya yüzeyine yakın yukarı doğru hareket eden roket için $F_{ext} = -mg$ 'dir. $\frac{dP}{dt} = F_{ext} = -mg$ şeklinde yerine koyunca bu bize roket denklemini verir.

$$m \frac{dv}{dt} = Ru_{ex} + F_{ext} = Ru_{ex} - mg \quad 8-37$$

(Roket Denklemi)

yada

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Ru_{ex}}{m} - g = \frac{Ru_{ex}}{m_0 - Rt} - g \quad 8-38$$

Ru_{ex} niceliği, dışarı atılan yakıt tarafından rokete uygulanan kuvvettir ve "itme kuvveti" olarak isimlendirilir:

$$F_{th} = Ru_{ex} = \left| \frac{dm}{dt} \right| u_{ex} \quad 8-39$$

8-38 denklemi, her iki tarafın zamana göre integralinin alınması ile çözülür. $t = 0$ anında durgun halden hareket eden bir roket için sonuç

$$v = -u_{ex} \ln \left(\frac{m_0 - Rt}{m_0} \right) - gt \quad 8-40$$

v' nin türevinin alınması ile doğrulanabilir. Bir roketin taşıdığı yük, bütün yakıt yandıktan sonra kalan son kütledir, m_f . t_b yanma süresi, $m_f = m_0 - Rt_b$ ile veya

$$t_b = \frac{m_0 - m_f}{R} \quad 8-41$$

ile verilir. Böylece m_0 kütlesi ile durgun halden hareket eden ve m_f taşıma kapasiteli bir roket, yer çekimi ivmesinin sabit olarak kabul edilmesi durumunda

$$v_f = -u_{ex} \ln \frac{m_f}{m_0} - g t_b \quad 8-42$$

son hızına ulaşır.